



בוחן בקורס מבוא לאלגברה ליניארית

תאריך הבוחן : 23.12.05
 שם המורה : פרופ' אמנון יקותיאלי
 מס' קורס 201-1-9041
 שנה : תשס"ה 2005/6 סטטוס: א' משך הבוחן : 1 שעות
 חומר עזר : מחשבון פשוט [השאלון לפריטום]

תנחיות:

- נא לרשום את שמו על גבי המחברת!
- ענה על 2 (בדיקה) מתוך 3 השאלות הבאות. כל שאלה שווה 50 נקודות.
- ניתן לצטט משפטים וטענות שהוכחו בכתה.
- נמק והראה את שלבי החישוב (רצוי לבדוק).
- נא לכתוב ברור ונקי!

סימוניים: האותיות \mathbb{Q} , \mathbb{R} ו- \mathbb{C} מייצגות את השדות של המספרים הרציונליים, הממשיים והמרוכבים בהתאם. הביטוי $M_{m \times n}(F)$ מסמן את מרחב המטריצות בגודל $n \times m$ מעל השדה F .

1. יהיו $V := M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$, מרחב המטריצות בגודל 2×2 מעל \mathbb{R} . נגדיר את S להיות הקבוצה

$$S := \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid b + c = 0, a \cdot d = 0 \right\} \subset V$$

ואת W להיות תת-המרחב

$$. W := \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid b + c = 0 \right\} \subset V$$

א. הוכיח כי S אינה תת-מרחב של V .

ב. חשב את המימד של W .

ג. מצא תת-קבוצה S' של S המהווה בסיס של W .

2. נתונים הווקטורים

$$v_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 := \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}, v_3 := \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}, w_1 := \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, w_2 := \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -9 \\ 7 \end{bmatrix}$$

במרחב הווקטורי \mathbb{Q}^4 מעל השדה \mathbb{Q} . יהיו V תת-המרחב של \mathbb{Q}^4 הנפרש ע"י הקבוצה $\{v_1, v_2, v_3\}$. אילו מבין הווקטורים w_1, w_2 נמצאים בתוך V ?

3. בשאלת זו השדה הוא \mathbb{R} . בהינתן סקלר a נגידיר את הוקטוריים הבאים ב- \mathbb{R}^4 :

$$v_1 := \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 := \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ 1 \\ a \end{bmatrix}, \quad v_3 := \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ a \\ 0 \end{bmatrix}$$

ימשיכם למצוא בסיס של V וחשב את $\dim(V)$. שיכם לב שעבור ערכי a שונים של a המרחב V עשוי להיות לא-השנה!

בצלחה!