BEN GURION UNIVERSITY OF THE NEGEV

אוניברסיטת בן גוריון בנגב

Prof. Amnon Yekutieli
Department of Mathematics
Ben Gurion University
Be'er Sheva 84105, ISRAEL
Email: amyekut@math.bgu.ac.il

פרופ׳ אמנון יקותיאלי
המחלקה למתמטיקה
אוניברסיטת בן גוריון
באר שבע 84105

1/10/2013

הודעה על קורס בסמסטר סתיו תשע״ד 2013/4 :

אלגברה קומוטטיבית והומולוגית

201-2-2011

Commutative Algebra and Homological Algebra

• מידע כללי

The teaching language will be Hebrew – unless non-Hebrew-speakers shall register.

הקורס מיועד לתלמידי מתמטיקה לתואר מוסמך, וגם לתלמידים בשנה השלישית לתואר בוגר. דרישת הקדם היא הקורס ״מבנים אלגבריים״ 201-1-7031, אולם מומלצים גם הקורסים ״מבנים אלגבריים 2״ ו- ״תורת השדות ותורת גלואה״.

הקורס הינו חיוני למי שמתעתד ללמוד ״גיאומטריה אלגברית״ בשנה הבאה, וגם ולמי שחושב על התמחות באלגברה או בגיאומטריה.

הציון יקבע על פי עבודת גמר 85%, ושעורי בית והשתתפות 15%.

• אודות הקורס

האלגברה הקומוטטיבית הינה תורת הפונקציות של הגיאומטריה האלגברית, באותו מובן שהחשבון הדיפרנציאלי הינו תורת הפונקציות של הגיאומטריה הדיפרנציאלית. בקורסים בחשבון דיפרנציאלי עוסקים בפונקציות גזירות (ולעיתים בפונקציות אנליטיות) של מספר סופי של משתנים. ה- ״פונקציות״ בהן נעסוק כאן הן לרוב פולינומים, או שברים של פולינומים (כלומר פונקציות רציונליות). באופן יותר כללי ה- ״פונקציות״ בקורס זה הן איברים בחוגים קומוטטיביים עם תכונות סופיות מסויימות (חוגים נתריאניים, או חוגים נוצרים סופית מעל חוג בסיס נתון), אשר מהוות אנלוגיה ל- ״מספר סופי של משתנים״.

האלגברה ההומולוגית והאלגברה הקומוטטיבית ביחד מהוות הכללה והרחבה של האלגברה הליניארית. נזכיר כי באלגברה ליניארית עסקנו במרחבים וקטוריים מעל שדה, נאמר K, ובטרנספורמציות ליניאריות בין מרחבים. לכל מרחב וקטורי V היה בסיס, ולכן כל טרנפורמציה ניתן היה לתאר באמצעות מטריצה. בקורס שלנו נחליף את השדה K בחוג קומוטטיבי A, ואת המרחב הווקטורי V במודול M מעל החוג A. בדרך כלל המודול M איננו חופשי, כלומר אין לו בסיס. אחת המטרות שלנו בקורס היא להבין מהם הסוגים השונים של A-מודולים (בנוסף למודולים החופשיים), ומהם סוגי ההומומורפיזמים ביניהם. אתם כבר מכירים מיון של מודולים כאשר $A = \mathbb{Z}$, חוג המספרים השלמים: כל $\mathbb{Z}$-מודול נוצר סופית הוא סכום ישר של מודול חופשי ומודול פיתול (ז״א חבורה אבלית סופית).

ישנה זיקה הדוקה בין הרעיונות בשתי הפיסקאות הקודמות. בתור דוגמה ניקח את המושג ״מודול פרוג׳קטיבי״, אשר שייך לאלגברה ההומולוגית. לעומת זאת ישנו המושג ״מודול חופשי מקומית״, שמגיע מהגיאומטריה האלגברית. (A-מודול חופשי מקומית מתקבל מאגד וקטורי על היריעה $\mathrm{Spec}\, A$, הספקטרום של A.) מסתבר – ואנו נוכיח זאת – כי (תחת הנחות סופיות מתאימות) A-מודול הינו פרוג׳קטיבי אס״ם הוא חופשי מקומית.

• **רשימת הנושאים** (*)

1. **מודולים**. מודולים חופשיים, סדרות מדוייקות, מכפלה טנזורית, מודולי הום, שטיחות.
2. **אידיאלים ראשוניים ולוקליזציה**. חוגים מקומיים, הלמה של נאקיאמה, הספקטרום של חוג, מימד וקשירות.
3. **חוגים נתריאניים**. משפט הבסיס של הילברט, הלמה של ארטין-ריס, השלמה, דירוג, חוגים ארטיניים, חוגי הערכה בדידים.
4. **תורת המימד**. משפט האפסים של הילברט, משפט הנירמול של נתר, מעלת טרנסצנדנטיות של שדות.
5. **קטגוריות ופונקטורים**. טרנספורמציות טבעיות, שקילות, פונקטורים אדיטיביים, דיוק.
6. **פונקטורים נגזרים**. קומפלקסים, רזולוציות, Tor ,Ext, דוגמאות ושימושים.

(*) אם הזמן יספיק

• **ספרות**

1. Eisenbud, "Commutative Algebra"
2. Atiyah and MacDonald, "Introduction to Commutative Algebra"
3. Altman and Kleiman, "A Term of Commutative Algebra" (free online book!)
4. Hilton and Stammbach, "A Course in Homological Algebra"
5. Weibel, "An Introduction to Homological Algebra"