



בוחן בקורס מבוא לאלגברה ליניארית

תאריך הבוחן: 29.12.06

שם המורה: פרופ' אמנון יקותיאל

מס' קורס 201-1-9041

שנה: תשס"ז 2006/7 סמסטר: א'

משך הבוחן: 1 שעה

חומר עזר: מחשבון פשוט [השאלון לפרסום]

הנחיות:

- נא לרשום את שמך על גבי המחברת.
 - ענה על 2 מבין 3 השאלות הבאות. (כל שאלה שווה 50 נקודות).
 - נמק והראה את שלבי החישוב (רצוי לבדוק). ניתן לצטט משפטים וטענות שהוכחו בכתה.
- סימונים: האותיות \mathbb{R} ו- \mathbb{Q} מייצגות את השדות של המספרים הממשיים והרציונליים בהתאמה.

1. נתונים הוקטורים

$$v_1 := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 := \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, v_3 := \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, v_4 := \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- במרחב הוקטורי \mathbb{Q}^4 מעל השדה \mathbb{Q} . נגדיר $V := \text{Sp}(v_1, v_2)$ ו- $W := \text{Sp}(v_3, v_4)$.
- א. חשב את $\dim(V + W)$ ו- $\dim(V \cap W)$.
- ב. מצא בסיס של $V \cap W$.

2. בשאלה זו השדה הוא \mathbb{R} .

- א. מצא פולינום $f(x)$ ממעלה 2 המקיים $f(0) = 2, f(1) = 3, f(2) = 5$.
- ב. הוכח שהפולינום $f(x)$ שמצאת בחלק א' הוא יחיד.
- ג. האם יש פולינום $g(x)$ ממעלה 2 המקיים $g(0) = 2, g(1) = 3, g(2) = 5, g(3) = 1$? אם כן מצא כזה; אחרת הוכח שאין.

3. בשאלה זו השדה הוא \mathbb{R} . עבור סקלר a נגדיר את הוקטורים הבאים במרחב \mathbb{R}^3 :

$$v_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}, v_2 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, v_3 := \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

יהי

$$W := \text{Sp}(v_1, v_2, v_3)$$

תת-המרחב $W \subset \mathbb{R}^3$ תלוי כמובן בערך של a . עבור כל $a \in \mathbb{R}$ מצא בסיס של W ואת $\dim(W)$.

בהצלחה!