

צבוער ג'ור 2.

אדע 1 נחבון בקבוצה המ'שור  $A = \{ (x, \sin(\frac{1}{x})) : x > 0 \} \subset \mathbb{R}^2$   
 מבו בסזור  $cl A$  של  $A$  ה  $\mathbb{R}^2$  ?

אדע 2 רב  $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  בונק'יה.

(א) בוכ'ול של  $f(x)$  ר'צ'יה הכס נקופה אט' זר  $\beta$  של בונק'יה  $\Gamma = \{ (x, f(x)) : x \in \mathbb{R} \} \subset \mathbb{R}^2$  קבוצה סזורה ה  $\mathbb{R}^2$ .  
 (ב) כאק זק בעפק נכון : אק  $\Gamma$  קבוצה סזורה ה  $\mathbb{R}^2$  או  $f(x)$  בונק'יה ר'צ'יה ?

אדע 3 יב'  $(X, d)$  מרחק מכל'  $A \subset X$  קבוצה עס דיקה.

נזער מספר  $\rho(x, A) = \inf \{ d(x, y) : y \in A \}$  עס  $x \in X$  בוכ'ולו כ'  $cl(A) = \{ x \in X : \rho(x, A) = 0 \}$  (סזור ה  $X$ )

אדע 4 מרחק מכל'  $(X, d)$  נקרא סברג'ס' אק ק"מ קבוצה  $A \in X$  ה-מ'ה כק ?  $cl(A) = X$ . מלטה של קבוצה ב'מ'ה  $B = \{ u \in X : u \text{ נק'ט } \}$  הכס עקור  $X$  אק עכס נקופה  $x \in X$  ועכס קבוצה ב'מ'ה  $V \ni x$  יס קבוצה  $u \in B$  כק ?  $x \in u \subseteq V$ .

(א) בוכ'ולו ל כס מרחק אוק'ס'  $\mathbb{R}^4$  סברג'ס'  $(X, d)$  מכל'  $(X, d)$  סברג'ס' אק זר, אק יס עס הכס ב'מ'ה.

אדע 5 ה  $X = \mathbb{R}$  נזער  $d(x, y) = |x - y|$  עס  $x, y \in X$ .

(א) בוכ'ולו ל  $d$  מזק'רה מכל'קה ה  $X$ .

(ב) כאק  $(X, d)$  מרחק מכל' שלם ?

אדע 6 יב'  $C[-1, 1]$  מרחק של בונק'יה ר'צ'יה עס מכל'קה

$d(f, g) = \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)| dx$  נחבון הספרה  $\{ f_n(x) \}_{n=1}^{\infty}$

$$f_n(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}] \\ nx, & x \in [-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}] \text{ אק} \\ -1, & x \in [-1, -\frac{1}{n}] \end{cases}$$

בוכ'ולו כ'  $\{ f_n \}_{n=1}^{\infty}$  ספרה קוש' כאק מכל'קה  $d$  שלמה ?

אזערה 7 יב'ו  $(Y, d_Y)$ ;  $(X, d_X)$  שני מרחבי קט"ק.  
 (א) נניח כי  $f: (X, d_X) \rightarrow (Y, d_Y)$  מקיימת גבול Lipschitz:

$\exists K > 0 \forall x_1, x_2 \in X \quad d_Y(f(x_1), f(x_2)) \leq K d_X(x_1, x_2)$   
 בוולחן כי  $f$  פועקטו רצפה במ'פה לווה  $X$  ה.  
 (ב) נקח  $p \in X$  ונזכר פונקציה  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  ע'ם יב'ו  
 הנוסחה  $d_X(x, p) = |f(x)|$ . בוולחן כי  $f$  פונקציה  
 רצפה במ'פה לווה ע'ם מרחב  $(X, d_X)$

אזערה 8 המרחב  $C[0,1]$  נהבון בכור סזור:

האם  $\bar{B}$  קבוצה קומפקט?  $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$   $\max_{x \in [0,1]} |f(x)| \leq 1$

אזערה 9 בוולחן כי אם  $(X, d)$  מרחב מכל קומפקט  
 אז  $d$  מכל קב שמה.

אזערה 10 יב'ו  $(Y, d_Y)$ ;  $(X, d_X)$  שני מרחבי קט"ק  
 מכל"ק. נניח כי  $f: (X, d_X) \rightarrow (Y, d_Y)$  פונקציה רצפה.

(א) בוולחן כי אם  $K \subset X$  קבוצה קומפקט אז  
 $f(K) \subset Y$  קבוצה קומפקט.  
 (ב) נהבון במקרה שבו  $(X, d_X)$  לו מרחב אוקל'י  $\mathbb{R}^n$ .  
 בוולחן כי אם  $A \subset \mathbb{R}^n$  קבוצה חסונה אז  
 $f(A) \subset Y$  קבוצה חסונה.