

בוזן חדו"א 2 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, תאריך 19.05.2021
מספר הקורס: 201.1.2371, תוכנית אקדמיזציה לטייס
המרצה: פרופ' ארקדי ליידרמן

- משך הבוחן: 2 שעות. חומר עזר: מחשבון עם מסך קטן בלבד.
- יש לענות על כל 3 שאלות.
- יש לנמק ולהוכיח את כל טענותיכם!
- בכל שאלה/סעיף ניתן לכתוב "לא יודע" \ "לא יודעת" ולקבל חמישית מהנקודות.
- שאלות/סעיפים בהם כתבתם "לא יודעת" לא ייבדקו.

מספר הנבחן _____

שאלה 1 (30 נקודות)

(א) (15 נקודות) מצאו את האורך של העקומה שמוגדרת במערכת פולרית $\left\{ r = e^{\frac{3}{4}\varphi}, \varphi \in [0,1] \right\}$

(ב) (15 נקודות) מצאו את הנפח גוף שמתקבל על ידי סיבוב של גרף של פונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+3\cos^2 x}}$

כאשר $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, סביב ציר x .

שאלה 2 (35 נקודות)

(א) (20 נקודות) חקרו התכנסות בהחלט ובתנאי של אינטגרל לא אמתי הבא: $\int_0^1 \frac{1}{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$

(ב) (15 נקודות) תנו דוגמה של פונקציה $f(x)$ כך שאינטגרל לא אמתי $\int_1^\infty f(x) dx$ מתכנס אבל $\int_1^\infty (f(x))^2 dx$ מתבדר.

שאלה 3 (35 נקודות)

נתון טור של פונקציות $\sum_{n=1}^\infty f_n(x) = S(x)$, כאשר $f_n(x) = \frac{1}{n^2} \sin(nx)$

(א) (20 נקודות) הוכיחו שפונקציה $S(x)$ רציפה לכל $x \in (-\infty, \infty)$.

(ב) (15 נקודות) בהמשך לסעיף (א) נתבונן בטור של נגזרות $\sum_{n=1}^\infty f'_n(x)$. האם טור זה מתכנס במידה שווה בקטע $(0, \frac{1}{2021})$?

בהצלחה!

אילו היה $\sin^2 t \leq |\sin t|$...

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t} dt = \frac{1}{2} \int_1^{\infty} \frac{1}{t} dt - \frac{1}{2} \int_1^{\infty} \frac{\cos 2t}{t} dt$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

נסתח $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$...

$$\int_1^{\infty} f^2(x) dx = \int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$$

נסתח M ... 3

$$| \frac{1}{n^2} \sin(nx) | \leq \frac{1}{n^2}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$...

... $S(x)$...

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos(nx)$$

... $x=0$...