



בוחרן חדר"א 2 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, תאריך 21.11.2021  
מספר הקורס: 201.1.2371, תוכנית אקדמיזציה לטייס  
המרצה: פרופ' ארקדי ליידרמן

- משך הבוחן: 2 שעות. חומר עזר: מחשבון עם מסך קטן בלבד.
- יש לענות על כל 3 שאלות.
- יש לנמק ולהוכיח את כל טענותיכם!
- בכל שאלה/סעיף ניתן לכתוב "לא יודע" ולקבל חמישית מהנקודות.
- שאלות/סעיפים בהם כתבתם "לא יודע" לא ייבדקו.

מספר הנבחן \_\_\_\_\_

**שאלה 1 (35 נקודות)**

מצאו את כל פונקציות רציפות  $f(x)$  שמקיימות את התכונה הבאה:  $\int_0^1 f(xt) dt = f(x)$  לכל קבוע  $x$ .  
הוכיחו את התשובה.

**שאלה 2 (35 נקודות)**

בעזרת אינטגרל מסוים חשבו את הגבול

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+4} + \dots + \frac{1}{3n} \right)$$

**שאלה 3 (30 נקודות)**

(א) (15 נקודות) לחשב שטח של תחום מישורי שחסום על ידי קווים במערכת פולרית

$$r = \frac{2}{\sqrt{3+\varphi^2}}, \quad r = 1 \quad (0 \leq \varphi \leq 1)$$

$$(ב) (15 נקודות) לחשב אורך של עקומה  $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 3$$$

**בהצלחה!**

21.11.21 / נרד של / פתרון

(10 פתגו, 24.11.2017 / נרדו ה'ה'ה) 10000

$$xt = s$$

מכאן  $x \neq 0$  ו'  $ds = x dt$

$$x dt = ds, t \in [0, 1] \Rightarrow s \in [0, x]$$

$$\int_0^1 f(xt) dt = \frac{1}{x} \int_0^x f(s) ds = f(x) \Rightarrow$$

$$\forall x \neq 0 \int_0^x f(s) ds = x f(x)$$

ה'ה'ה של ה'ה'ה (ה'ה'ה) ה'ה'ה

$$\left( \int_0^x f(s) ds \right)' = f(x)$$

$$f(x) = (x f(x))' = f(x) + x f'(x)$$

$$(x \neq 0) f'(x) = 0 \Leftrightarrow x f'(x) = 0$$

$x > 0$  פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה  $f(x)$  ה'ה'ה פ'ה'ה

$x < 0$  פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה  $f(x)$  !  
פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה  $f(x) = \begin{cases} \text{const } 1, & x < 0 \\ \text{const } 2, & x > 0 \end{cases}$

$$\text{const } 1 = \text{const } 2 = f(0) \text{ 'ה'ה'ה, } f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \text{ 'ה'ה'ה}$$

$(-\infty, \infty)$  פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n} = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{1+\frac{1}{n}} + \frac{1}{1+\frac{2}{n}} + \dots + \frac{1}{1+\frac{2n}{n}} \right) = 2 \text{ 'ה'ה'ה}$$

$$= \frac{b-a}{2n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{b-a}{2n} k\right)$$

פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה  
 $f(x) = \frac{1}{x}$  פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה פ'ה'ה  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} = \int_1^3 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^3 = \ln 3$  פ'ה'ה פ'ה'ה

$$S = \frac{1}{2} \int_0^1 [r_1(\varphi)]^2 d\varphi - \frac{1}{2} \int_0^1 [r_2(\varphi)]^2 d\varphi = (K) \frac{3 \sqrt{3} \pi}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2^2}{3+\varphi^2} d\varphi - \frac{1}{2} \int_0^1 1 d\varphi = 2 \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\varphi}{\sqrt{3}} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}$$

$$l = \int_a^b \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt \quad (2)$$

$$[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 = t^2 \quad \text{)))}$$

$$l = \int_0^3 \sqrt{t^2} dt = \int_0^3 t dt = \frac{9}{2}$$