

בחינה בחשבון אינפיניטסימלי 2, תאריך 01.03.2018, מועד ב'  
מספר הקורס: 201-1-0021, תוכנית אקדמיזציה לטייס  
המרצה: ד"ר ארקדי ליידרמן

- משך הבחינה: 3 שעות.
- יש לענות על 4 מתוך 5 שאלות. משקל של כל שאלות הוא 25 נקודות.
- יש לנמק ולהוכיח את כל טענותיכם!
- אין להשתמש בחומר עזר פרט למחשבון פשוט ללא צג גרפי.
- בכל שאלה/סעיף ניתן לכתוב "לא יודע" ולקבל 20% מהנקודות. הציון הסופי של שאלה יהיה מעוגל מעלה.
- שאלות/סעיפים בהם כתבתם "לא יודע" לא ייבדקו.

מספר הנבחן \_\_\_\_\_

**שאלה 1** (25 נקודות) נתון כי פונקציה  $f(x)$  רציפה בקטע  $[0,1]$  ומקיימת את התכונה הבאה:  $\int_0^1 f(x) x^n dx = 0$  לכל  $n = 0, 1, 2, \dots$ . הוכיחו כי  $f(x) = 0$  לכל  $x \in [0,1]$ .

**שאלה 2** (25 נקודות) בעזרת תכונות של אינטגרל מסוים חשבו את הגבול:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln(n^2 + k^2) - 2 \ln n \right)$ .

**שאלה 3** (25 נקודות) חשבו את רדיוס ההתכנסות של טור חזקות הבא וחקרו את ההתכנסות בקצוות של תחום

ההתכנסות  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , כאשר  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$  עבור  $n$  אי-זוגי ו-  $a_n = \left(3 + \frac{1}{n}\right)^n$  עבור  $n$  זוגי.

**שאלה 4** נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) - y^2 \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right), & x \neq 0, y \neq 0 \\ 0, & x = 0 \text{ or } y = 0 \end{cases}$

(א) (10 נקודות) הוכיחו כי פונקציה  $f(x, y)$  דיפרנציאבילית בראשית.

(ב) (15 נקודות) הוכיחו כי מתקיים  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(\mathbf{0}, \mathbf{0}) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ .

**שאלה 5** נתונה הפונקציה  $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + xy^2$ .

(א) (10 נקודות) מצאו את כל הנקודות של אקסטרום מקומי של  $f(x, y)$ .

(ב) (15 נקודות) מצאו את הערך הכי גדול ואת הערך הכי קטן של פונקציה  $f(x, y)$  בעיגול  $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

**בהצלחה!**