

ד' כ"ג א' ד' א' רמ"א א' ז' ז'

טורים מספריים

I. הוכח ישירות, לפי ההגדרה, את התכנסות הטורים הבאים וחשב את סכומיהם

1.  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

2.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3}\right) + \dots$

4.  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots$

II. חקור את התכנסות הטורים הבאים תוך שימוש במבחן האינטגרל:

2.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

3.  $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$

5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{1+n^2}$

III. חקור את התכנסות הטורים הבאים תוך שימוש בתנאי הכרחי להתכנסות הטור ובמבחני השוואה:

1.  $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$

2.  $0.001 + \sqrt{0.001} + \sqrt[3]{0.001} + \sqrt[4]{0.001} + \dots$

3.  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{4}} + \frac{1}{4\sqrt{5}} + \dots$

4.  $\frac{1}{1001} + \frac{1}{2001} + \frac{1}{3001} + \frac{1}{4001} + \dots$

5.  $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7} + \frac{7}{9} + \dots$

6.  $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots$

7.  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$

8.  $\frac{1}{\sqrt{1 \cdot 3}} + \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 5}} + \frac{1}{\sqrt{5 \cdot 7}} + \frac{1}{\sqrt{7 \cdot 9}} + \dots$

IV. חקור את התכנסות הטורים הבאים תוך שימוש במבחן דלמבר:

1.  $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots$

2.  $\frac{1!}{10} + \frac{2!}{10^2} + \frac{3!}{10^3} + \frac{4!}{10^4} + \dots$

3.  $\frac{1000}{1!} + \frac{1000^2}{2!} + \frac{1000^3}{3!} + \frac{1000^4}{4!} + \dots$

4.  $\frac{(1!)^2}{2!} + \frac{(2!)^2}{4!} + \frac{(3!)^2}{6!} + \frac{(4!)^2}{8!} + \dots$

V. חקור את התכנסות הטורים הבאים תוך שימוש במבחן קושי:

1.  $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln^2 3} + \frac{1}{\ln^3 4} + \frac{1}{\ln^4 5} + \dots$

2.  $\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \left(\frac{4}{9}\right)^4 + \dots$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{2^n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

VI. חקור את התכנסות הטורים הבאים:

1.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt[3]{n+1}}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}}$

4.  $\sum_{n=10}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

תרגול 12 עמוד 2 מתוך 4  
 חזרו על טענות מינע 2

מדרגה 3 וי א. 8 ז' רמון  
 מדרגה 6 וקסמן

.VI

5.  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3}$       6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000n+1}$       7.  $\sum_{n=7}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n}$       8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4}$
9.  $\sum_{n=9}^{\infty} \frac{1}{(5n-4)(4n-1)}$       10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$       11.  $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$       12.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n^2-3}{3n^2+1} \right)^n$
13.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$       14.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}$       ✗

טורים כלליים סוגים מתעלפי סימן  
 של הטורים הבאים:

.VII בדיק התכנסות:

1.  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$       2.  $1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$
3.  $\frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} - \frac{1}{\ln 5} + \dots$       4. ✗
5.  $1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2^4} + \dots$       ✗
7.  $-1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} - \dots$       ✗
9.  $\frac{1}{3 \ln^2 3} - \frac{1}{4 \ln^2 4} + \frac{1}{5 \ln^2 5} - \frac{1}{6 \ln^2 6} + \dots$       ✗

טורי חזקות

.VIII קבע את תחומי ההתכנסות

עבור הטורים הבאים. מצא רציוס הגבולות R וחקר  
 תגבש את בקשת המוס.

1.  $10x + 100x^2 + 1000x^3 + \dots$       2.  $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots$
3.  $1 + \frac{x}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3^3 \cdot 4} + \frac{x^4}{3^4 \cdot 5} + \dots$       4.  $1 - \frac{x^2}{5\sqrt{2}} + \frac{x^4}{5^2\sqrt{3}} - \frac{x^6}{5^3\sqrt{4}} + \frac{x^8}{5^4\sqrt{5}} - \dots$
5.  $(x+1) + \frac{(x+1)^2}{2 \cdot 4} + \frac{(x+1)^3}{3 \cdot 4^2} + \frac{(x+1)^4}{4 \cdot 4^3} + \dots$       6.  $\frac{x-3}{1} - \frac{(x-3)^2}{2^2} + \frac{(x-3)^3}{3^2} - \frac{(x-3)^4}{4^2} + \dots$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$       8.  $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} n!$

✗ !      ✗



