

3 מוסד 1 מוסד  
2006

מספר 131  
מספר 7  
נוסחת טיילור

מרבית: צייר את המישור  
מגרסת: טיילור וקסמן

I פתח לפי נוסחת טיילור סביב נק'  $M$  (עד סדר שני) את הפונקציות:

1)  $z(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5, M(1, -2)$

2)  $g(x, y) = x^y, M(1, 1)$       3)  $p(x, y) = \ln \frac{x}{y}, M(1, 1)$

II פתח לפי נוסחת מקלורן (עד סדר שני) את הפונקציות:

1)  $f = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$       2)  $g = \frac{\cos x}{\cos y}$       3)  $z = \frac{1}{1 - x + 2y}$       4)  $p = \ln(1 + x + y)$

5)  $v = e^x \cos y$       6)  $u = e^x \sin y$       7)  $q = \sin(x^2 + y^2)$       8)  $z = (1 + x)^m (1 + y)^n$

אקסטרמום לוקלי (מקומני) של פונקציות של מספר משתנים

III חשב את נקודות הקיצון עבור הפונקציות הבאות:

1)  $z = x^2 + (y - 1)^2$       2)  $z = x^2 - (y - 1)^2$       3)  $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$

4)  $z = x^3 + y^3 - 3xy$       5)  $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$       6)  $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$

7)  $z = e^{x/2}(x + y^2)$       8)  $z = -x^2 - xy - y^2 + 4 \ln x + 10 \ln y$

אקסטרמום מוחלט

חשב את הערך המקסימלי והערך המינימלי עבור הפונקציות הבאות בתחום  $D$

1)  $z = x - 2y - 3, D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1\}$

2)  $p = x^2 - y^2 - 4x, D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$

3)  $f = x^2 - xy + y^2, D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$

4)  $q = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy, D = \{(x, y) : y \geq x^2, y \leq 4\}$

תשובות

I

1)  $z(x, y) = 5 + 2(x - 1)^2 - (x - 1)(y + 2) - (y + 2)^2$

2)  $g_2(x, y) = 1 + (x - 1) + (x - 1)(y - 1)$

3)  $p_2(x, y) = (x - 1) - (y - 1) + 0.5[-(x - 1)^2 + (y - 1)^2]$

II

1)  $f_2(x, y) = 1 - \frac{x^2 + y^2}{2},$       2)  $g_2(x, y) = 1 - \frac{x^2 - y^2}{2}$

3)  $z_2(x, y) = 1 + (x - 2y) + (x - 2y)^2,$       4)  $p_2(x, y) = (x + y) - \frac{(x + y)^2}{2}$

5)  $v_2(x, y) = 1 + x + \frac{x^2 - y^2}{2},$       6)  $u_2(x, y) = y + xy,$       7)  $q_2(x, y) = x^2 + y^2$

8)  $z_2(x, y) = 1 + mx + ny + \frac{m(m - 1)}{2}x^2 + mnxy + \frac{n(n - 1)}{2}y^2$

3 שאלות  
2006

מבחן עמיתנות מיוני 2  
גרסה 7

מבחן זיווילי  
מאת שרון ויסמן

III.

1)  $z_{\min}(0,1) = 0$

2) נקודת אוקף (0,1)

אין נקודות קיצון,

3)  $z_{\min}(1,0) = -1$

4)  $z_{\min}(1,1) = -1$

נקודת אוקף, (0,0)

5)  $z_{\max}(0,0) = 0, z_{\min}(\pm 0.5, \pm 1) = -1.125$

נקודות אוקף  $(\pm 0.5, 0), (0, \pm 1)$

6)  $z_{\max}(0,0) = 1$  7)  $z_{\min}(-2,0) = -\frac{2}{e}$  8)  $z_{\max}(1,2) = -7 + 10 \ln 2$

IV.

1)  $\min_D z = -5, \max_D z = -2$

2)  $\min_D p = -11, \max_D p = 21$

3)  $\min_D f = 0, \max_D f = 1$

4)  $\min_D q = 0, \max_D q = 32$

פתרונות

I. 2)  $f(x,y) = x^y, M(1,1), f_2(x,y) = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1) +$

$$+ \frac{1}{2} [f''_{xx}(1,1)(x-1)^2 + 2f''_{xy}(1,1)(x-1)(y-1) + f''_{yy}(1,1)(y-1)^2]$$

$$f'_x = yx^{y-1}, f'_y = x^y \ln x, f''_{xx} = y(y-1)x^{y-2}, f''_{xy} = x^{y-1} + yx^{y-1} \ln x, f''_{yy} = x^y \ln^2 x$$

$$f(1,1) = 1, f'_x(1,1) = 1, f'_y(1,1) = 0, f''_{xx}(1,1) = 0, f''_{xy}(1,1) = 1, f''_{yy}(1,1) = 0$$

$$f_2(x,y) = 1 + 1 \cdot (x-1) + 0 \cdot (y-1) + \frac{1}{2} [0 \cdot (x-1)^2 + 2 \cdot 1 \cdot (x-1)(y-1) + 0 \cdot (y-1)^2]$$

$$f_2(x,y) = 1 + (x-1) + (x-1)(y-1)$$

V.

1)  $z = x - 2y - 3, D = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x+y \leq 1\}$

$$D \text{ אין נקודות קריטיות הנמצאות בתוך התחום } \left\{ \begin{array}{l} z'_x = 1 \neq 0 \\ z'_y = -2 \neq 0 \end{array} \right. \text{ א.}$$

$$(OA) \text{ אין נקודות הקריטיות בתוך התחום } \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = 1 \neq 0 \\ z = x - 3 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{array} \right\} \text{ ב. ספה: } (OA)$$

$$(OB) \text{ אין נקודות הקריטיות בתוך התחום } \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dy} = -2 \neq 0 \\ z = -2y - 3 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right\} (OB)$$

$$(AB) \text{ אין נקודות הקריטיות בתוך התחום } \left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dx} = 3 \neq 0 \\ z = 3x - 5 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} y = 1 - x \\ 0 \leq x \leq 1 \end{array} \right\} (AB)$$

נקודות השווה :  $O, B, A$   $z(O) = z(0,0) = -3, z(B) = z(0,1) = -5, z(A) = z(1,0) = -2$  ג.

3 תמונה 3 זמנים

2 זמנים 10 דקות 10 דקות

תמונה 8. כ 7"3 דקות  
תמונה 10 דקות 10 דקות

2006 א"ת

7 דקות

תמונה 10 דקות 10 דקות  
(תמונה 10 דקות)

תמונה 10 דקות 10 דקות  
תמונה 10 דקות 10 דקות

IV

$$x + y = 1$$

$$0.5x + y = 1$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

70 כו  $z = xy$  (1)

70 כו  $z = x^2 + y^2$  (2)

70 כו  $z = 2x + 1y$  (3)

תמונה 10 דקות

1)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$$z_{max} = \frac{1}{4}$$

2)  $(\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$

$$z_{min} = \frac{4}{5}$$

3)  $(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}})$

$$z_{min} = -\sqrt{5}$$

$(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$

$$z_{max} = \sqrt{5}$$