

מבנים אלגבריים 2

מספר קורס 201-1-7071

סמסטר אביב תשע"ז

המרצה: פרופ' אמנון בסר

• חדר: 212 בנין מתמטיקה

• דואר אלקטרוני: bessera@math.bgu.ac.il

• אתר הקורס: <http://www.math.bgu.ac.il/~bessera/mivnim2/>

הקורס מיועד ל: תלמידי מתמטיקה ותלמידי מתמטיקה ומדעי המחשב. הקורס

יעסוק גם בנושאים רלוונטיים לפיסיקה מודרנית מדעי המחשב וההנדסה

• הקורס הוא חובה למעבר לתואר שני במתמטיקה

תנאי הקדם:

• מבנים אלגבריים 1

הקורס מבנים אלגבריים 2 הוא המשכו הטבעי של הקורס מבנים אלגבריים 1 ומיועד למי שרוצה להעמיק בתחום האלגברה אל האלגברה של המאה העשרים. הקורס יספק חלק ניכר מהיסודות הנדרשים ללימודי תואר שני בתחומי האלגברה, תורת המספרים והגיאומטריה האלגברית. כמו כן, במידה שיהיה ענין בכיתה, נלמד גם יישומים של נושאי הלימוד למדעי המחשב, ההנדסה והפיסיקה.

רשימת הנושאים

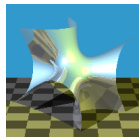
תבניות ריבועיות: תבניות ריבועיות דומות למכפלות הפנימיות שנלמדו בקורסי האלגברה

בשנה הראשונה. אנו נראה שמושגים גיאומטריים לנושא של מיון שניוניות. כדוגמה: איך מזהים שהמשוואה $9x^2 + 7xy - 6y^2$ מגדירה היפרבולה ואילו המשוואה $x^2 + xy + y^2 = 1$ מגדירה אליפסה? המיון עושה שמושג במשפט ההתמדה של סילבסטר.



אלגברה מולטילינארית: פונקציות מולטילינאריות הן פונקציות של מספר משתנים, שכל

אחד מהם שייך למרחב וקטורי, והיא לינארית בכל אחד מהמשתנים. תבניות ריבועיות הן



פונקציות מולטילינאריות של שני משתנים. דוגמה אחרת היא הדטרמיננטה של מטריצה, שהיא פונקציה מולטילינארית של שורות המטריצה. חקירתן של פונקציות אלה תוביל אותנו למושג המכפלה הטנזורית, מהמרכזיים באלגברה המודרנית.

קטגוריות ופונקטורים: מושג הקטגוריה הוא אולי המושג הבסיסי ביותר במתמטיקה. כל

תחומי המתמטיקה חוקרים עצמים בקטגוריות שונות: קבוצות, מרחבים וקטוריים, חבורות,

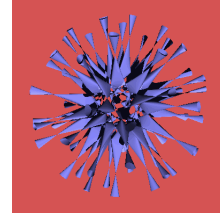
חוגים, מודולים וכן הלאה. תורת הקטגוריות מאפשרת לראות את הקשר בין מושגים שונים.

למשל, ברור שיש דמיון בין מכפלה של קבוצות, ושל חבורות, אבל מהו בדיוק הקשר? תורת

הקטגוריות מבהירה שכולם מקרים פרטיים של אותו מושג: מכפלה בקטגוריה, וכי ממושג זה

נגזר באופן מידי מושג חדש של **קומכפלה**. **פונקטורים** הם הדרך לתאר בניות המעבירות מקטגוריה לקטגוריה כמו המעבר מבסיס (בקטגורית הקבוצות) למרחב הוקטורי הנפרש על ידו (בקטגורית המרחבים הוקטוריים).

לוקליזציה והשלמה: כשמושים של תורת הקטגוריות נדון בשתי בניות יסודיות, וגם רבות שמושים מעשיים. הלוקליזציה היא הכללה של הפעולה היוצרת את הרציונליים מהשלמים על ידי לקיחת שברים. אפשר לדוגמה להתבונן בכל הרציונליים שהמכנה שלהם מתחלק רק בראשוני p או בכל הראשוניים השונים ממנו. נדון במספרים ה- p -אדיים ובטורי חזקות פורמליים כשתי דוגמאות של מושג **הגבול** הקטגורי ונסקור שמושים שונים.



אלגברה קומוטטיבית: אלגברה קומוטטיבית חוקרת חוגים קומוטטיביים ומודולים מעליהם. היא הבסיס לגאומטריה האלגברית, שטח המחקר העוסק בקבוצות הפתרונות למערכות משוואות פולינומיאליות. אנו נלמד את משפטי הבסיס של התחום ואת הקשר בין אידאלים בחוגי פולינומים לקבוצות פתרונות של משוואות. נלמד גם על קשרים בין האלגברה הקומוטטיבית לתורת המספרים האלגברית ונסקור שמושים לתחום **ההצפנה**.

ספרות מומלצת:

- (1) N. Jacobson, "Basic Algebra", W.H. Freeman & Co., San Francisco 1980
- (2) S. Lang, Algebra, Addison-Wesley 1969
- (3) P.M. Cohn, Algebra, John Wiley & Sons Ltd 1974
- (4) M. Reid, "Undergraduate commutative algebra", Cambridge University Press 1995
- (5) A. Altman, S. Kleiman, "A term of commutative algebra", World-wide center of Mathematics (online).