מבוא ללוגיקה ותורת הקבוצות.

תרגיל 11 .

1. יהיו A,B,C,D קבוצות כך ש $A \sim B$ ו $C \sim D$:
   א. הוכיחו כי $A \times C \sim B \times D$.
   ב. הוכיחו כי $P(A) \sim P(B)$.
   ג. נניח $A \cap C = B \cap D = \varnothing$. הוכיחו כי $A \cup C \sim B \cup D$.
2. נניח כי $A \sim C$ ו $B \sim D$ ו $A \subseteq B$ ו $C \subseteq D$. הוכחו או הפרכו $(B \setminus A) \sim (D \setminus C)$.
3. תהיינה A ו B קבוצות. נגדיר

$$Fin(A) = \{ B \subseteq A \mid B \text{ סופית} \} \quad \text{ו} \quad S(A) = \{ f : A \to A \mid f \text{ פונקציה חח"ע ועל} \}$$

יהיו A,B קבוצות כך ש $A \sim B$ הוכיחו:

א. $Fin(A) \sim Fin(B)$.

ב. $S(A) \sim S(B)$

(*) 4. הוכיחו $Fin(\mathbb{N}) \sim \mathbb{N}$

הדרכה: השתמשו ביצוג של מספרים טבעיים לפי בסיס 2.

5. הוכיחו (ע"י מציאת פונקציה חח"ע ועל) :
   א. לכל קבוצה A מתקיים $P(A) \sim 2^A$ (באשר $2 \sim \{0,1\}$) .
   ב. לכל 3 קבוצות A,B,C מתקיים $(A \times B)^C \sim A^C \times B^C$.
   ג. לכל 3 קבוצות A,B,C כך ש $B \cap C = \varnothing$ מתקיים $A^{B \cup C} \sim A^B \times A^C$.
   (*)ד. לכל 3 קבוצות A,B,C מתקיים $(A^B)^C \sim A^{B \times C}$.

(תזכורת $A^B = \{ f \mid f : B \to A \text{ פונקציה} \}$) .