מבוא ללוגיקה ותורת הקבוצות
תרגיל 2.

1. חשבו את המכפלות הקרטזיות הבאות:

א. $\{0,1,2\}\times\{0,1\}$

ב. $\phi\times\mathbb{N}$

ג. $\{\phi\}\times\{\phi\}$

ד. $P(\{1,2\})\times\{1,2\}$

2. הוכיחו או הפריכו (ע"י דוגמא נגדית מפורשת) כל אחת מהטענות הבאות:

לכל ארבע קבוצות A,B,C,D מתקיים:

א. $(A\cup B)\times C=(A\cup B)\times(B\cup C)$

ב. $A\times B=B\times A$

ג. $(A\setminus B)\times C=(A\times C)\setminus(B\times C)$

ד. $P(A\times B)=P(A)\times P(B)$

ה. $(A\times B)\cap(C\times D)=(A\cap C)\times(B\cap D)$

ו. $(A\times B)\cup(C\times D)=(A\cup C)\times(B\cup D)$

3. לגבי כל אחד מהיחסים הבאים קבע אילו מבין התכונות – רפלקסיביות , סימטריות ו טרנזיטיביות – מתקיימות בו :

א. $\{<a,b>|\ a,b\in\mathbb{R}$ וגם $a+b=5\}$

ב. $\{<a,b>|\ a,b\in\mathbb{R}$ מספר זוגי וגם $a-b\}$

ג. $\{<n,m>|\ n,m\in\mathbb{N}$ וגם $n<m\}$

ד. $\{<n,m>|\ n,m\in\mathbb{N}$ וגם $n\le m\}$

4. ליחסים כלשהם S ו R נגדיר את " הרכבת R על S " להיות היחס הבא:

$R\circ S=\{<a,c>|<b,c>\in R$ וגם $<a,b>\in S$ ש כך b קיים$\}$

א. יהא $R=\{<n,m>|\ n<m$ וגם $n,m\in N\}$ מהו $R\circ R$?

ב. יהא $S=\{<n,m>|\ n\le m$ וגם $n,m\in N\}$ מהם $S\circ S$ ו $R\circ S$?

5. הוכיחו כי פעולת ההרכבה היא אסוציאטיבית. כלומר, הוכיחו כי לכל שלושה יחסים R,S,T מתקיים $R\circ(S\circ T)=(R\circ S)\circ T$