

מבוא ללוגיקה ותורת הקבוצות - תרגיל 7

1. תהי $g : \{p, q, r\} \rightarrow \{T, F\}$ השמה כך ש- $g(p) = T$, $g(q) = F$, $g(r) = T$. קבע את הערך האמת של הפסוקים עבור השמה g :

$$(p \rightarrow q) \vee r) \wedge (\neg p \vee q) \quad (\text{א})$$

$$(p \wedge r) \rightarrow (\neg q \vee \neg r) \quad (\text{ב})$$

2. יהיו p, q, r משתנים פסוקיים. בדוק איזה פסוק מהפסוקים הבאים הוא טאוטולוגיה.

$$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p) \quad (\text{א})$$

$$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \quad (\text{ב})$$

3. הוכח או הפרך את הטענות הבאות :

$$\varphi \wedge \psi \Leftrightarrow \neg(\varphi \rightarrow \neg\psi) : \psi \text{ ו- } \varphi \text{ פסוקים} \quad (\text{א})$$

$$\varphi \vee \psi \Leftrightarrow (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi : \psi \text{ ו- } \varphi \text{ פסוקים} \quad (\text{ב})$$

$$(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \eta \Leftrightarrow \varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \eta) : \eta, \psi, \varphi \text{ פסוקים} \quad (\text{ג})$$

$$\neg(\varphi \leftrightarrow \psi) \Leftrightarrow (\varphi \wedge \neg\psi) \vee (\neg\varphi \wedge \psi) : \psi \text{ ו- } \varphi \text{ פסוקים} \quad (\text{ד})$$

$$(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \eta \Leftrightarrow (\varphi \rightarrow \eta) \vee (\psi \rightarrow \eta) : \eta, \psi, \varphi \text{ פסוקים} \quad (\text{ה})$$

$$\eta \rightarrow ((\varphi \wedge \psi) \rightarrow \eta) \Leftrightarrow \psi \vee \varphi \vee \neg\psi : \eta, \psi, \varphi \text{ פסוקים} \quad (\text{ו})$$

4. לכל אחד מהפסוקים הבאים, מצא פסוק דיסיונקטיבי נורמלי ששקול לו.

$$\neg(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \quad (\text{א})$$

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \vee (\neg(p \rightarrow (q \leftrightarrow r))) \quad (\text{ב})$$

5. (*) הוכח שאם φ פסוק הכתוב בעזרת משתנים פסוקיים והקשר $\rightarrow$ בלבד, אזי קיים

משתנה פסוקי p המופיע ב- φ כך ש- $p \Rightarrow \varphi$.