מבוא ללוגיקה ותורת הקבוצות - תרגיל 7

1. תהי $g:\{p,q,r\}\to\{T,F\}$ השמה כך ש- $g(p)=T$, $g(q)=F$, $g(r)=T$. קבע את הערך האמת של הפסוקים עבור השמה g:

   (א) $((p\to q)\vee r)\wedge(\neg p\vee q)$

   (ב) $(p\wedge r)\to(\neg q\vee\neg r)$

2. יהיו p,q,r משתנים פסוקיים. בדוק איזה פסוק מהפסוקים הבאים הוא טאוטולוגיה.

   (א) $(p\to q)\vee(q\to p)$

   (ב) $(p\vee q)\wedge(\neg p\vee\neg q)$

3. הוכח או הפרך את הטענות הבאות :

   (א) לכל שני פסוקים φ ו- ψ : $\varphi\wedge\psi\Leftrightarrow\neg(\varphi\to\neg\psi)$

   (ב) לכל שני פסוקים φ ו- ψ : $\varphi\vee\psi\Leftrightarrow(\varphi\to\psi)\to\psi$

   (ג) לכל שלושה פסוקים φ , ψ , η : $(\varphi\to\psi)\to\eta\Leftrightarrow\varphi\to(\psi\to\eta)$

   (ד) לכל שני פסוקים φ ו- ψ : $\neg(\varphi\leftrightarrow\psi)\Leftrightarrow(\varphi\wedge\neg\psi)\vee(\neg\varphi\wedge\psi)$

   (ה) לכל שלושה פסוקים φ , ψ , η : $(\varphi\wedge\psi)\to\eta\Leftrightarrow(\varphi\to\eta)\vee(\psi\to\eta)$

   (ו) לכל שלושה פסוקים φ , ψ , η : $\eta\to((\varphi\wedge\psi)\to\eta)\Leftrightarrow\psi\vee\varphi\vee\neg\psi$

4. לכל אחד מהפסוקים הבאים , מצא פסוק דיסיונקטיבי נורמלי ששקול לו.

   (א) $\neg(p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge r)$

   (ב) $(p\to(q\to r))\vee(\neg(p\to(q\leftrightarrow r)))$

5. $(*)$ הוכח שאם φ פסוק הכתוב בעזרת משתנים פסוקיים והקשר $\to$ בלבד, אזי קיים משתנה פסוקי p המופיע ב- φ כך ש- $\varphi\Rightarrow p$.