

# חזו"א 2 למכונות, 201-1-9721

אביב 2014. תרגיל בית מס' 0.

התרגיל הינו תרגיל רענון (חומר של חזו"א 1 ושל ביה"ס). הוא לא להגשה.

1. נתונים וקטורים  $\vec{u} = (1, 2, 3)$   $\vec{v} = (3, 2, 1)$  מצאו/חשבו:  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ,  $\vec{u} \pm \vec{v}$ ,  $\|\vec{u}\|$ ,  $\|\vec{v}\|$ ,  $\|\vec{u} + \vec{v}\|$ .  
מצא את הזווית בין  $\vec{u}$  ל  $\vec{v}$ .

2. מצאו נקודת החיתוך של ישרים:  $\{2x + 3y = 1\}$ ,  $\{3x + ay = 2\}$ . עבור איזה  $a$  הישרים מקבילים?

3. ציירו גרפים של פונקציות הבאות:

i.  $f(x) = -2(x-3)^2 + 4$  ii.  $f(x) = x^{2n+1}$  iii.  $f(x) = x^{2n}$  iv.  $f(x) = \sqrt[n]{x}$   
v.  $f(x) = |1-x| + |1+x|$  vi.  $f(x) = \lfloor x \rfloor$  (החלק השלם), vii.  $f(x) = (-1)^{\lfloor x \rfloor}$  viii.  $f(x) = x - \lfloor x \rfloor$

4. מצאו גבולות (או הוכיחו כי אינם קיימים):

i.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{x^2 + x^3}$  ii.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\ln(x)}}{x}$  iii.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{e^{|x|} - 1}$  iv.  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \tan \frac{x}{2}$   
v.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{6}{x^2 + x + 2})^{2x^2 + 5}$  vi.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \sqrt{1-x}$

5. בכל אחד מהסעיפים הבאים מצאו את הערך של  $a$  שעבורו הפונקציה היא רציפה בכל התחום:

i.  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 3 \\ 2ax & x \geq 3 \end{cases}$  ii.  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} & x < 0 \\ x + a & x \geq 0 \end{cases}$  iii.  $f(x) = \begin{cases} (1 + ax^2)^{\frac{2}{x^2}} & x \neq 0 \\ e^{a^2 + 1} & x = 0 \end{cases}$

6. בדקו באילו נקודות הפונקציות הבאות גזירות? גזירות פעמים?

i.  $f(x) = |x| \sqrt{|x|}$  ii.  $f(x) = |x|^{\frac{7}{3}}$  iii.  $f(x) = \arctan(\frac{1}{x})$  iv.  $f(x) = \arccos(\sqrt{1-x^2})$   
v.  $f(x) = 5^{\tan(\ln(x))}$  vi.  $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 5 \\ x^2 + 65x - 225 & x \geq 5 \end{cases}$  vii.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

7. חשבו נגזרות של פונקציות הבאות:

i.  $f(x) = \ln(1 + \cos^2(x))$  ii.  $f(x) = \sin(x)^{\cos(x)}$  iii.  $f(x) = \arcsin(x)$  iv.  $f(x) = \arctan(x)$

8. עבור הפונקציות הבאות מצאו תחומי עליה/ירידה, נקודות קיצון (מקומי/מוחלט), נקודות פיתול, תחומי קמירות/קעירות, אסימפטוטות וציירו את הגרפים:

i.  $f(x) = |x|^\alpha$ ,  $\alpha > 0$  ii.  $f(x) = \sqrt[\alpha]{1 - |x|^\alpha}$ ,  $\alpha > 0$  iii.  $f(x) = e^{2x} - e^{-x}$  iv.  $f(x) = \frac{\cos(x)}{2 + \sin(x)}$  v.  $f(x) = \arcsin(\frac{1}{1+x^2})$  vi.  $f(x) = \frac{x^2 + 7x + 3}{x^2}$  vii.  $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$

9. חשבו את האינטגרלים הבאים:

i.  $\int \frac{dx}{3x^2 + 2x + 5}$  ii.  $\int \frac{5x-1}{\sqrt{7-6x-x^2}} dx$  iii.  $\int \frac{(2x+1)dx}{\sin^2(x^2+x+3)}$  iv.  $\int \frac{\sqrt{\ln(3x+1)}}{3x+1} dx$  v.  $\int \frac{x+2}{x\sqrt{x+1}} dx$  (  $t^2 =$  )  
vi.  $\int \arcsin(x) dx$  vii.  $\int \frac{x+1}{\cos^2 x} dx$  viii.  $\int e^x \ln(e^x + 1) dx$  ix.  $\int \frac{dx}{(x^2+5)(x^2-1)}$  x.  $\int \frac{x^5-x+1}{(x^2-4)x} dx$   
xi.  $\int \frac{x^2+x-1}{x^2(x-2)} dx$  xii.  $\int \frac{x^4+3}{x^4-1} dx$  xiii.  $\int \frac{dx}{(\cos x + \sin x)^2}$  xiv.  $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$  xv.  $\int \sin 5x \sin 6x dx$

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx \text{ .xx} \quad \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}} \text{ .xix} \quad \int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx \text{ .xviii} \quad \int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[4]{x+6}\sqrt{x}} dx \text{ .xvii} \quad \int \frac{\sqrt{x} dx}{1+x} \text{ .xvi}$$

$$\int_0^1 \frac{|x-1|}{|x-2|+3} dx \text{ .xxv} \quad \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x+x \ln^2(x)} dx \text{ .xxiv} \quad \int_{\sqrt{3}}^3 \frac{1}{x^4-1} dx \text{ .xxiii} \quad \int_0^{\frac{1}{2}} x \sqrt{1-x^2} dx \text{ .xxii} \quad \int_1^e \frac{\ln^2(x)}{\sqrt{x}} \text{ .xxi}$$

10. חשבו את השטח של התחומים הבאים:

$$\left\{ y \leq e^x, y \geq \dots \right\} \text{ .iii} \quad \left\{ x \geq -3y^2, x \leq 2 - 5y^2 \right\} \text{ .ii} \quad \left\{ y \leq (x+2)^2, y \leq 4-x, y \geq 0 \right\} \text{ .i}$$

$$.e^{-x}, x \leq 2 \left\{ \right.$$

11. חשבו את השטח של התחום החסום ע"י העקומות  $x = \frac{\pi}{2}, x = 0, y = \sin(x), y = \frac{1}{2}$

12. חשבו את הנפח של גוף הסיבוב המתקבל ע"י סיבוב של התחום הנתון סביב הציר הנתון:

$$\left\{ X\text{-ציר}, y \leq \sin 2x, y \geq 0, x \in [0, \frac{\pi}{2}] \right\} \text{ .i}$$

$$\left\{ X\text{-ציר}, y \leq x, y \leq \frac{1}{x}, y \geq 0, x \leq 2 \right\} \text{ .ii}$$

$$\left\{ Y\text{-ציר}, y \geq x^2, 8x \geq y^2 \right\} \text{ .iii}$$

13. חשבו את האורך של העקומות הבאות:

$$\left\{ y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, x \in [0, 1] \right\} \text{ .ii} \quad \left\{ y = \ln \sin x, x \in [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}] \right\} \text{ .i}$$

14. בדקו את ההתכנסות או ההתבדרות של האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^\infty \frac{1}{e^{\sqrt{x}}} dx \text{ .iii} \quad \int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx \text{ .ii} \quad \int_0^\infty \frac{x}{\sqrt{x^4+1}} dx \text{ .i}$$