

# חדו"א 2 למכונות, 201.1.9721

אביב 2014. תרגיל בית מס' 5, גוסף.

(1) צייר/מיין את קווי הגובה של פונקציות הבאות (האם קווי הגובה הם ישרים, אליפטות, היפרבולות וכו'..)

$$f(x, y) = \sqrt{xy} \text{ .i} \quad , f(x, y) = |x| + y \text{ .ii} \quad , f(x, y) = \min(|x|, |y|) \text{ .iii} \quad , f(x, y) = \frac{y}{x} \text{ .iv}$$

$$f(x, y) = \frac{y^2 + x^2 - 1}{x^2 + 4} \text{ .v}$$

(2) צייר/מיין את משטחי רמה של פונקציות הבאות

$$f(x, y, z) = (x + y)^2 + z^2 \text{ .i} \quad , f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - z^2 - 3} \text{ .ii}$$

(3) בדוק את קיום/חשב את הגבולות הבאים:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x} \text{ .iii} \quad , \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2 + x^3)}{x^2 + y^2} \text{ .ii} \quad , \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^3}{x^2 + y^2} \text{ .i}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4 + z^4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \text{ .v} \quad , \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(x + e^y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ .iv}$$

(4) הוכח כי פונקציה  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} : (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 : (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  רציפה לאורך כל ישר דרך הראשית, אך לא רציפה בראשית. האם הפונקציה חסומה?

(5) בדוק רציפות של הפונקציות הבאות:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{|x|^3 + |y|} : (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 : (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ .i} \quad , f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)(y-2)^2}{(x-1)^2 + \sin^2(y-2)} : (x, y) \neq (1, 2) \\ 0 : (x, y) = (1, 2) \end{cases} \text{ .ii}$$

(6) מצא את תחום ההגדרה הגדול ביותר שבו הפונקציות רציפות:

$$f(x, y) = \frac{x+y}{x-y} \text{ .i} \quad , f(x, y) = x \ln(x^2 + 3y^2) \text{ .ii} \quad , f(x, y) = y \sin \frac{1}{x} \text{ .iii} \quad , f(x, y) = \frac{x}{y} e^{-y^2} \text{ .iv}$$

$$f(x, y) = e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}} \text{ .v} \quad , f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 1}}{x - y} \text{ .vi}$$

(7) תהי  $f(x, y) = \ln(5 - x^2 - y^2) \sqrt{y^2 - 4}$  מצא ושרטט את תחום ההגדרה (הטבעי). שרטט את קו רמה בגובה 0 באילו נקודות הפונקציה רציפה?

בדוק את קיום/חשב את הגבולות הבאים:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} f(x, y) \quad , \lim_{(x,y) \rightarrow (0, \sqrt{5})} f(x, y) \quad , \lim_{(x,y) \rightarrow (0, -2)} f(x, y)$$