

חדו"א 1 להנדסת חשמל, בחינה מועד א. אוניברסיטת בן גוריון

<p><u>כללים</u>: אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטייטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".</p>	<p>מרצה: דמיטרי קרנר מתרגלת: מרינה רפפורט מספר הקורס: 201.1.9811 תאריך: 05.07.2015 משך הבחינה: שלוש שעות חומר עזר: ללא חומר עזר, ללא מחשבון. ניקוד: סה"כ 105 נקודות.</p>
---	--

יש לנמק את כל התשובות

1. (א) (15) בהינתן $a_0 \in \mathbb{R}$ נגדיר סדרה $a_{n+1} = \sin(a_n)$. הוכיחו כי הסדרה מתכנסת. חשבו את הגבול.
- (ב) (10) חשבו את הגבול של סדרה $a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n^2}}$
2. (א) (15) מצאו את המספר $n \in \mathbb{N}$ שעבורו הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha \cdot \sin(\beta \cdot x)) - \sin(\beta \cdot \sin(\alpha \cdot x))}{x^n}$ קיים, סופי, ולא שווה לאפס. (כאן $\alpha \neq 0$ ו $\beta \neq 0$) חשבו את הגבול.
- (ב) (10) חשבו $\int_2^3 x \cdot \ln(x^2 - 1) dx$
3. (א) (12) הוכיחו: $\left| \arcsin(e^{-x}) - \arcsin(e^{-y}) \right| \leq \frac{|x-y|}{3}$, עבור כל $x, y \geq 2$.
- (ב) (13) הוכיחו: אם $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ פונקציה רציפה ומחזורית אז היא רציפה מידה שווה.
4. (א) (10) הוכיחו כי $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2t}}{1+e^{(1+\sqrt{2})t}} dt$ מתכנס.
- (ב) נגדיר $f(x) = \int_0^{\ln(x)} \frac{e^{2t}}{1+e^{(1+\sqrt{2})t}} dt$ עבור $x > 0$.
- i. האם $f(x)$ גזירה ב $(0, \infty)$? האם היא חסומה? האם היא רציפה במידה שווה? מצאו את כל האסימפטוטות.
- ii. (10) מצאו את תחומי עליה/ירידה של $f(x)$, נקודות מינ.מקס., תחומי קמירות. ציירו את הגרף.

בהצלחה!