

חדו"א 1 להנדסת חשמל, בחינה מועד ג.

אוניברסיטת בן גוריון

<p><u>כללים</u> : אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".</p>	<p>מרצה: דמיטרי קרנר מתרגלת: מרינה רפפורט מספר הקורס: 201.1.9811 תאריך: 17.09.2015 משך הבחינה: שלוש שעות חומר עזר: ללא חומר עזר, ללא מחשבון. ניקוד: סה"כ 100 נקודות.</p>
---	--

יש לנמק את כל התשובות

1. האם הסדרות הבאות מתכנסות? אם כן, מצאו את גבולן, אחרת מצאו את כל הגבולות החלקיים:

(א) (12) $a_{n+1} = \frac{1}{c + \frac{1}{a_n}}$, כאשר $a_1 > 0$ ו $c > 0$ הנו קבוע.

(ב) (13) $b_n = \frac{1}{n} + \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n} + \dots + \frac{e^{\frac{n}{n}}}{n}$

2. תהי (15) $f(x) = \frac{1}{[x+1]^2} + \sin(\pi x) \cdot \sin\left(\frac{1}{\sin(\pi x)}\right)$ עבור $x \in \mathbb{R}_+ \setminus \mathbb{N}$ (כאן $[...] = \lfloor \dots \rfloor$ החלק השלם).

(א) (12) ציירו את סקיצת הגרף של $f(x)$. (אין צורך לחפש במדויק תחומי עליה/ירידה, מינ./מקס., לבדוק קמירות) מהם תחומי רציפות/רציפות במ"ש של $f(x)$?

(ב) (13) האם $\int_1^{\infty} f(x) dx$ מתכנס?

3. (א) (15) תהי $f(x)$ רציפה ב \mathbb{R} כולו ומקיימת: $f(x) \geq 0, \{f(\pi n) = 0\}_{n \in \mathbb{Z}}$, $\int_1^{\infty} f(x) dx = \infty$. הוכיחו כי למשוואה

$f(x) = \frac{1}{x^2}$ יש אינסוף פתרונות וקיימת סדרת נקודות $x_n \rightarrow \infty$ כך ש $f(x_n) = \frac{1}{x_n^2}$?

(ב) (10) האם עבור כל $x \geq 0$ מתקיים $\sin(x) \geq x - \frac{x^3}{3!}$?

4. (א) (15) חשבו $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{\sqrt[3]{1+2x} - \sqrt[3]{1-2x}}$.

(ב) (10) חשבו את השטח מתחת לגרף של $f(x) = \frac{1}{10-x^2}$ $2 \leq x \leq 3$.

בהצלחה!