

שימושים של אינטגרל

העקומות הבאות מוצגות בשעורים קוטביים. חשב את שטחי הצורות המוקפות עלין :

$1. r^2 = a^2 \cos 2\theta$ למניסקטה	$2. r = a(1 + \cos \theta)$ קרדיאואידה	$3. r = a \sin 3\theta$
---	---	-------------------------

$4. r = \frac{p}{1 - \cos \theta}, \theta = \frac{\pi}{2}, \theta = \frac{\pi}{4}$			$5. r = a \cos \theta \quad r = a(\cos \theta + \sin \theta)$	
פרבולה	קרן	קרן	מעגל	מעגל
(a/2, 0) התחום מכיל את הנקודה				

חשב את אורכי הקווים הבאים :

6. $y = x^{3/2}, (0 \leq x \leq 4)$ 7. $y^2 = 2px, (0 \leq x \leq x_0)$
8. $y = a \frac{e^{x/a} + e^{-x/a}}{2}, P(b, a \frac{e^{b/a} + e^{-b/a}}{2}), M(0, a)$ מהנקודה M עד לנקודה P
9. $y = e^x, (0 \leq x \leq x_0)$ 10. $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y, (1 \leq y \leq e)$
11. $y = a \ln \frac{a^2}{a^2 - x^2}, (0 \leq x \leq b < a)$ 12. $y = \ln \cos x, (0 \leq x \leq a < \frac{\pi}{2})$
13. $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ 14. $x = a \cos^4 t, y = a \sin^4 t$
(אסטרוידה)
15. $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), (0 \leq t \leq 2\pi)$ ציקלואידה
16. $r = a\theta, (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ (ספירלה של ארכימדוס) 17. $r = a(1 + \cos \theta)$
18. חשב את האורך הקו הנתון בצורה פרמטרית: $1 \leq t \leq e, x = \int_1^t \frac{\sin u}{u} du, y = \int_1^t \frac{\cos u}{u} du$
חישובי נפח של גוף סבוב

חשב את נפחי הגופים הנוצרים ע"י סבוב סביב הציר Ox העקומות הבאות :

19. $y = x, y = x^2$ 20. $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$ 21. $y = x^2 - 2x - 3, y = 0$
22. $y = x^2, y = 4x - x^2$ 23. $y = 2\sqrt{x}, y = x - 3, y = 0$
24. $y = 0, y = 2x - x^2$ 25. $(0 \leq x \leq a), y = b \left(\frac{x}{a}\right)^{2/3}$
26. $(0 < a \leq b), x^2 + (y - b)^2 = a^2$

אינטגרלים לא אמיתיים

חשב את האינטגרלים לא אמיתיים הבאים :

27. $\int_1^\infty \frac{dx}{x^4}$ 28. $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2}$ 29. $\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$ 30. $\int_{a^2}^\infty \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$ 31. $\int_0^\infty \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$