



אוניברסיטת בן גוריון בנגב
מדור בחינות

תאריך הבחינה 22.02.16
מרצה: פרופ' ל. פריגוזין
מבחן ב: חדו"א 1 לביוטכנולוגיה
מס' הקורס 0201.1.9561
מועד ב סמ' א
משך הבחינה- 3 שעות

חומר עזר: 2 דפי נוסחאות (4 עמודים). מחשבון פשוט עם צג קטן.

יש לפתור 5 מתוך 6 השאלות הבאות
בדפים המיועדים לכך בלבד
לטייטה השתמשו בדפי טייטה (מיועדים לגריסה)
לכל השאלות משכל שווה (20 נקודות)
נבדקות כל 6 השאלות. מתחשבים ב-5 התשובות הטובות ביותר.

בהצלחה!

$$\underline{\underline{x > 0}}) \quad f' = \frac{x^2(9-x^2)}{(3-x^2)^2}$$

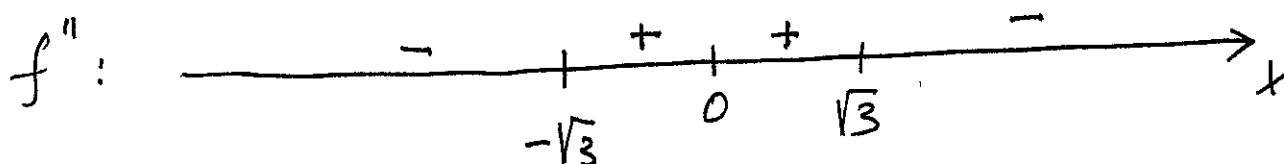
$$f'' = \frac{[2x(9-x^2) - 2x^3](3-x^2)^2 + x^2(9-x^2)4(3-x^2)x}{(3-x^2)^4} =$$

$$= \frac{[18x - 2x^3](3-x^2) + 4(9x^3 - x^5)}{(3-x^2)^3} =$$

$$= \frac{54x - 18x^3 - 12x^3 + 4x^5 + 36x^3 - 4x^5}{(3-x^2)^3} =$$

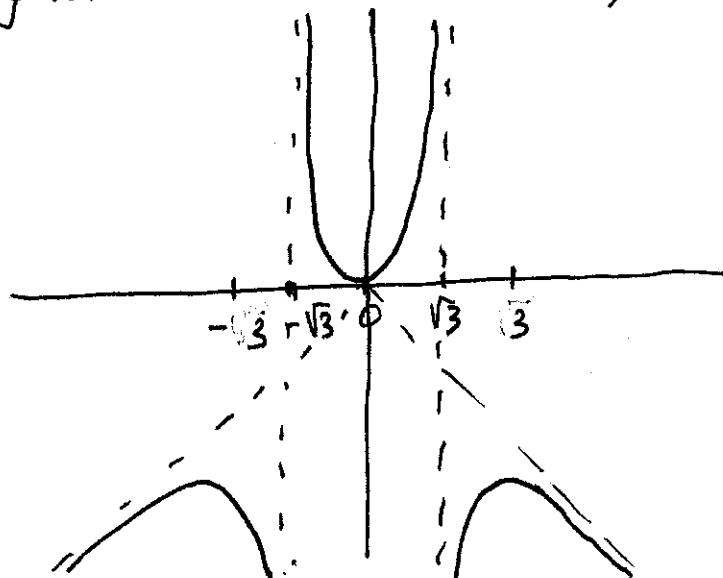
$$= \frac{54x + 6x^3}{(3-x^2)^3} = \frac{6(9x + x^3)}{(3-x^2)^3}$$

$$x < 0) \quad f'' = -\frac{6(9x + x^3)}{(3-x^2)^3}$$



$-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ קמורה (קמורה כלפי מעלה) גמורה
 $\{x < -\sqrt{3}\}, \{x > \sqrt{3}\}$ קעורה (קעורה כלפי מעלה) גמורה

: תר. 6



שאלה מס' 2.

(א2) (8 נק') מצאו פולינום מקלורן ממעלה שלוש של $f(x) = \arcsin(x)$.

$$f(0) = \arcsin(0) = 0$$

$$f' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f'(0) = 1$$

$$f'' = (1-x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x$$

$$f''(0) = 0$$

$$f''' = \frac{3}{2}(1-x^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot 2x^2 + (1-x^2)^{-3/2}$$

$$f'''(0) = 1$$

$$T_3(x) = x + \frac{x^6}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

(ב2) (12 נק') מצאו את הגבול הבא:

2011-1010 : ארבעה נק'ים $x \rightarrow 0$

שאלה מס' 3. מצאו את האינטגרלים הבאים:

$$I = \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} \quad (\text{נ3}) \quad (10 \text{ נק'})$$

$$I = \int \frac{dx}{\left(\frac{\sin 2x}{2}\right)^2} = 4 \int \frac{dx}{\sin^2 2x} = 2 \int \frac{d(2x)}{\sin^2(2x)} =$$

$$= -2 \operatorname{ctg} 2x + C$$

$$I = \int_{-2}^{-\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} \quad (7110) (23)$$

$$x = \frac{1}{\sin t} \quad dx = -\frac{\cos t}{\sin^2 t} dt$$

: 11-2311

$$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{\frac{1-\sin^2 t}{\sin^2 t}} = \frac{\cos t}{\sin t}$$

3) 1) 2) 3) 4) 5) "0111"

$$\cos t > 0, \sin t < 0$$

$$t = \arcsin \frac{1}{x}$$

$$\arcsin\left(\frac{1}{-2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

$$I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{4}} \frac{+\cos t dt}{\sin^2 t \cdot \frac{1}{\sin t} \cdot \frac{+\cos t}{\sin t}} =$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{4}} dt = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{12}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + n^3} \quad \text{(בג 10 נק') חשבו}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{3^x} \stackrel{\text{לפני}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{3^x \ln 3} \stackrel{\text{לפני}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{3^x \ln^2 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{3^x \ln^3 3} = 0$$

(1) נוכיח ל' $\frac{n^3}{3^n} \rightarrow 0$ כ $n \rightarrow \infty$

(2) $n^3 < 3^n$ עבור n מספיק גדול

SK

$$3 < \sqrt[n]{3^n + n^3} < 3 \sqrt[n]{2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 3$$

: הוכחה

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + n^3} = 3$$

$$I = \int_3^5 \ln(x^2 - 9) dx$$

שאלה מס' 5. חשבו את האינטגרל הלא אמיתי הבא:

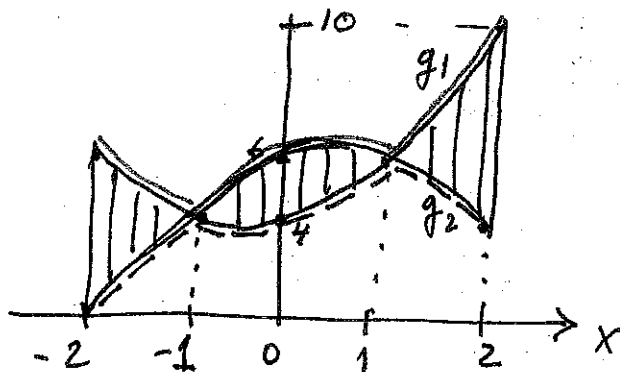
$$I = \underbrace{\int_3^5 \ln(x-3) dx}_{I_1} + \underbrace{\int_3^5 \ln(x+3) dx}_{I_2}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_3^5 \ln(x+3) dx = \int_{t=6}^8 \ln t dt = \\ &= \left. t \ln t - \int 1 dt \right|_6^8 = \\ &= \underline{8 \ln 8 - 6 \ln 6 - 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{3+\varepsilon}^5 \ln(x-3) dx = \int_{t=\varepsilon}^2 \ln t dt = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left. t \ln t - t \right|_{\varepsilon}^2 = \\ &= \underline{2 \ln 2 - 2} \end{aligned}$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \varepsilon \ln \varepsilon = 0$$

$$\begin{aligned} I &= \underline{8 \ln 8 - 6 \ln 6 + 2 \ln 2 - 4} = \underline{20 \ln 2 - 6 \ln 3 - 4} \\ &= 24 \ln 2 - 6 \ln 2 - 6 \ln 3 + 2 \ln 2 - 4 = \\ &= \underline{20 \ln 2 - 6 \ln 3 - 4} \end{aligned}$$



$$V = \pi \int_a^b (g_1^2 - g_2^2) dx$$

שאלה מס' 6. תחום מישורי D חסום ע"י עקומים $y = x^2 + x + 4$, $y = -x^2 + x + 6$ וקווים $x = -2$, $x = 2$. מצאו נפח של הגוף המיוצר ע"י סיבוב של תחום D סביב ציר ה- x .
 רמז: כדאי לסרטט תחום D .

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + x + 4)^2 - (-x^2 + x + 6)^2 = \\ &= (x^2 + x + 4 + (-x^2 + x + 6))(x^2 + x + 4 - (-x^2 + x + 6)) = \\ &= (2x + 10)(2x^2 - 2) = 4(x + 5)(x^2 - 1) = 4(x^3 + 5x^2 - x - 5) \end{aligned}$$

$$V = \pi \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \pi \int_{-1}^1 [-f(x)] dx + \pi \int_1^2 f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = 4 \left(\frac{x^4}{4} + \frac{5}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 5x \right) \Big|_a^b = \frac{g(x)}{a} \Big|_a^b$$

$$V = \pi \left[g(-1) - g(-2) - g(1) + g(-1) + g(2) - g(1) \right] =$$

$$= \pi \left[-g(-2) + 2g(-1) - 2g(1) + g(2) \right] \approx$$

$$\approx 251.3$$