

חזרות

I . פשט את הביטויים הבאים :

1) $\sqrt{1-\sin^2 \alpha}$ 2) $\sqrt{1-\cos^2 \alpha}$ 3) $\sqrt{1+\tan^2 \alpha}$ 4) $\log \sqrt{a^2}$
 5) $\log a^2$ 6) $\sqrt{\log_8^2 0.5}$ 7) $\sqrt{\cos^2 \frac{3\pi}{4}}$ 8) $\sqrt{(-4)^2}$

II . הוכח את הזהויות הבאות :

1) $\cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha}$ 2) $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1+\tan^2 \alpha}$ 3) $\frac{\sin 4\alpha \cdot \cos 2\alpha}{(1+\cos 4\alpha) \cdot (1+\cos 2\alpha)} = \tan \alpha$
 4) $\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha} = \tan^2 \frac{\alpha}{2}$ 5) $\frac{1+\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \cdot \frac{1-\cos \alpha}{\cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2}$ 6) $\frac{2-\cos^2 \alpha - \cos \alpha}{2+\cos^2 \alpha + 3\cos \alpha} = \tan^2 \frac{\alpha}{2}$

III . הצג את הסכומים (הפרשים) הבאים בצורת מכפלה וחשב אותם :

1) $1+\cos \frac{\pi}{3}$ 2) $\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{5\pi}{6}$ 3) $\cos \frac{2\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3}$ 4) $1-\cos \frac{2\pi}{3}$

IV . הצג את המכפלות הבאות בצורת סכום (הפרש) וחשב אותן

1) $\sin 4x \cdot \cos 6x$ 2) $\sin 3x \cdot \sin 5x$ 3) $\sin^2 \frac{\pi}{8}$ 4) $\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{2\pi}{3}$

V . פתור את האי-שוויונים הבאים :

1) $|x-1| < 3$ 2) $|x+1| > 2$ 3) $|2x+1| < 1$ 4) $|2x-5| > 2$ 5) $|x+1| < 0.01$ 6) $|3x|-6 < 0$
 7) $|x-2| \leq 10$ 8) $|x-a| < \varepsilon$ 9) $|x| > |x+1|$ 10) $|2x-1| < |x-1|$ 11) $|x+2| + |x-2| \leq 12$

VI . פרק לגורמים :

1) $x^2+3x-10$ 2) x^2-x-30 3) $2x^2+16x+30$ 4) x^3-5x^2+6x
 5) $x^{16}y^2-y^4$ 6) $9x^4y^2-12x^3y^3+4x^2y^4$

פונקציות

VII . קבע את תחומי ההגדרה הטבעיים של הפונקציות הבאות. ציין אילו מבין התחומים הם סימטריים

1) $y = \frac{x^2}{1+x}$ 2) $y = \sqrt{1-|x|}$ 3) $y = \log(x+3)$ 4) $y = \log_{x-1} a$ 5) $y = \sin \sqrt{x^2+1}$
 6) $y = 2^{\sqrt{x}}$ 7) $y = \sqrt{2+x-x^2}$ 8) $y = \log_a(x^2-4)$ 9) $y = 1+\tan 2x$ 10) $y = 1-\cot 3x$
 11) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x}$ 12) $f(x) = \sqrt{3x-x^3}$ 13) $f(x) = \log(x+2) + \log(x-2)$
 14) $f(x) = (x-2)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ 15) $f(x) = \frac{\ln(x^2-9)}{\ln x}$ 16) $f(x) = \sqrt{\sin x}$ 17) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$

VIII. חקור את הזוגיות של הפונקציות הבאות (אילו מבין הפונקציות הבאות הן פונקציות זוגיות, אי-זוגיות או כלליות):

1) $y = 2x^2 + 3$ 2) $y = x^4 - x^2 + 2$ 3) $y = \frac{x+1}{x^3}$ 4) $y = 1 - |x|$ 5) $y = |x+1| - |x-1|$
 6) $y = \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$ 7) $y = x^3 + x^2 - 1$ 8) $y = x^2 + |x-1|$ 9) $y = x^3 - |x|$
 10) $y = \sin x + \tan x$ 11) $y = 2^x + 2^{-x}$ 12) $y = \log_{0.3}(x^2)$ 13) $f(x) = 3x - x^3$
 14) $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$ 15) $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$, 16) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

IX. האם הפונקציה מחזורית? אם כן, חשב עבורה את המחזור הקטן ביותר

1) $f(x) = 6\sin x$ 2) $f(x) = \cos 3x$ 3) $f(x) = 3\sin 4x$ 4) $f(x) = \tan \frac{x}{3}$
 5) $f(x) = A\cos \lambda x + B\sin \lambda x, \lambda \neq 0$ 6) $f(x) = \tan \frac{3x}{4}$ 7) $f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x$
 8) $f(x) = \cos^2 x$ 9) $f(x) = \sin(x^2)$ 10) $f(x) = \sin 2\pi x$ 11) $f(x) = 2\tan \frac{x}{2} - 3\tan \frac{x}{3}$
 12) $f(x) = \sin 3x \cos 3x$ 13) $f(x) = \sin^2 x$ 14) $f(x) = |\cos x|$ 15) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$

X. טרנספורמציה של הגרפים

גרף של פונקציה $y = f(x)$ ידוע. צייר גרפים של פונקציות:

$y = f(x-a), y = f(x)+A, y = f(kx), y = Kf(x), y = |f(x)|, y = f(|x|)$

הזזת הגרף ב a יחידות ימינה		$y = f(x-a), a > 0$	
הזזת הגרף ב A יחידות למעלה		$y = f(x) + A, A > 0$	
שיקוף הגרף ביחס לציר ה y		$y = f(-x)$	
של הגרף בכיוון של ציר x	כיווץ	$k > 1$	$y = f(kx)$
	מתחה	$0 < k < 1$	
שיקוף הגרף ביחס לציר ה x		$y = -f(x)$	
של הגרף בכיוון של ציר y	מתחה	$K > 1$	$y = Kf(x)$
	כיווץ	$0 < K < 1$	
1) ל $x > 0$ העתקה של הגרף 2) ל $x < 0$ שיקוף של החלקי הימין של הגרף לעומת ציר x		$y = f(x)$	
1) העתקה של חלקי הגרף הנמצאים מעל ציר ה x 2) שיקוף של חלקי הגרף הנמצאים מתחת לציר x לעומת ציר x		$y = f(x) $	

גרף של פונקציה $y = f(x)$ ידוע. צייר גרפים של פונקציות:

1. תהי $y = f(x) = x^2$. צייר גרפים של פונקציות:

$y = f(x+2), y = f(x-1), y = f(2x), y = 2f(x), y = |f(x)-3|$

2. צייר גרפים של פונקציות:

$y = \sin x, y = 2 + \sin x, y = \sin(x+1), y = 2 + \sin(x+1), y = \sin |x|, y = |\sin x|$

3. צייר גרפים של פונקציות:

$y = |x+1|, y = |5-3x|, y = |x^2 + 5x + 6|, y = \frac{2}{x+3} + 1$

$y = |3^x - 2|, y = 3^{|x|}, y = -\tan(x/2), y = \log |x|$

בהצלחה !

תשובות:

I

1) $|\cos \alpha|$ 2) $|\sin \alpha|$ 3) $\frac{1}{|\cos \alpha|}$ 4) $\log_{10} |a|$ 5) $2 \log_{10} |a|$

6) $-\log_8 0.5 = \log_8 2 = \frac{1}{3}$ 7) $-\cos \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 8) 4

III

1) $2 \cos^2 \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2}$ 2) $2 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{3} = 1$ 3) $-2 \sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{6} = -1$ 4) $2 \sin^2 \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2}$

IV

1) $\frac{\sin 10x - \sin 2x}{2}$ 2) $\frac{\cos 2x - \cos 8x}{2}$ 3) $\frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ 4) $\frac{\cos(\pi/3) + \cos \pi}{2} = -\frac{1}{4}$

V

1) $(-2, 4)$ 2) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ 3) $(-1, 0)$ 4) $(-\infty, 1.5) \cup (3.5, +\infty)$ 5) $(-1.01, -0.99)$
 6) $(-2, 2)$ 7) $[-8, 12]$ 8) $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 9) $(-\infty, -0.5)$ 10) $(0, 2/3]$ 11) $[-6, 6]$

VI

1) $(x+5)(x-2)$ 2) $(x-6)(x+5)$ 3) $2(x+3)(x+5)$ 4) $x(x-2)(x-3)$
 5) $y^2(x^8 - y)(x^8 + y)$ 6) $x^2 y^2 (3x - 2y)^2$

VII

1) $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$ 2) $[-1, 1]$ 3) $(-3, \infty)$ 4) $(1, 2) \cup (2, \infty), a > 0$ 5) $(-\infty, \infty)$ 6) $[0, \infty)$
 7) $[-1, 2]$ 8) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty), a > 0$ 9) $x \neq \frac{\pi}{4} + n \frac{\pi}{2}, n \in \mathbf{Z}$ 10) $x \neq \pm n \frac{\pi}{3}, n \in \mathbf{Z}$
 11) $(-\infty, 0) \cup (0, 3]$ 12) $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [0, \sqrt{3}]$ 13) $(2, \infty)$ 14) $[-1, 1)$ 15) $(3, \infty)$
 16) $2\pi k \leq x \leq (2k+1)\pi, k \in \mathbf{Z}$ 17) $\{x | x > 0, x \neq n, n \in \mathbf{N}\} = (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup \dots$

1, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17	התחומים לא סימטריים:
2, 5, 8, 9	התחומים סימטריים:

VIII	כללית	אי זוגית	זוגית
	3, 7, 8, 9	5, 6, 10, 13, 15, 16	1, 2, 4, 11, 12, 14

IX	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	T	2π	$\frac{2\pi}{3}$	0.5π	3π	$\frac{2\pi}{\lambda}$	$\frac{4\pi}{3}$	2π	π	-	1	6π	$\frac{\pi}{3}$	π	π