

I. רשום את משוואת המישור המשיק למשטח בנקודה M :
 1) $z = x^2 + y^2, M(1,2,5)$ 2) $x^2 + y^2 + z^2 = 169, M(3,4,12)$ 3) $2z = x^2 - y^2, M(3,1,4)$

II. רשום את משוואת הנורמל למשטח בנקודה M :
 1) $2^{x/z} + 2^{y/z} = 8, M(2,2,1)$ 2) $z = \arctan \frac{y}{x}, M(1,1, \frac{\pi}{4})$ 3) $z = y + \ln \frac{x}{z}, M(1,1,1)$

III. כתוב את משוואת המישור המשיק למשטח הרמה של הפונקציה
 $u = 3xyz^2 + x^2yz + xy^2 + 3$ העובר דרך הנקודה $M(1,-2,1)$.

IV. מצא את משוואת המישור המשיק למשטח $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ המקביל
 למישור $x + 4y + 6z = 0$.

V. פתח לפי נוסחת טיילור סביב נק' M את הפונקציות :
 1) $z = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5, M(1,-2)$ 2) $z = x^y, M(1,1)$ 3) $z = \ln \frac{x}{y}, M(1,1)$

VI. פתח לפי נוסחת מקלורן את הפונקציות :
 1) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 2) $z = \frac{\cos x}{\cos y}$ 3) $z = \frac{1}{1 - x + 2y}$ 4) $z = \ln(1 + x + y)$
 5) $z = e^x \cos y$ 6) $z = e^x \sin y$ 7) $z = \sin(x^2 + y^2)$ 8) $z = (1 + x)^m (1 + y)^n$

VII. חשב את נקודות הקיצון עבור הפונקציות הבאות :
 1) $z = x^2 + (y - 1)^2$ 2) $z = x^2 - (y - 1)^2$ 3) $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$
 4) $z = x^3 + y^3 - 3xy$ 5) $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$ 6) $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$
 7) $z = e^{x/2}(x + y^2)$ 8) $z = -x^2 - xy - y^2 + 4 \ln x + 10 \ln y$

VIII. חשב את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות תחת האילוצים :
 כאשר $x + y = 1$ (1) $z = xy$
 כאשר $x^2 + y^2 = 1$ (2) $z = 4x + 3y$
 כאשר $x + y = 3$ (3) $z = x^2 + y^2$

IX. חשב את הערך המקסימלי והערך המינימלי עבור הפונקציות הבאות בתחום D :
 1) $z = x - 2y - 3, D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1\}$
 2) $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y, D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 25\}$
 3) $z = x^2 - xy + y^2, D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$
 4) $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy, D = \{(x, y) : y \geq x^2, y \leq 4\}$

תשובות

I. 1) $2x + 4y - z = 5$ 2) $3x + 4y + 12z = 169$ 3) $3x - y - z = 4$

II. 1) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ 2) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-\frac{\pi}{4}}{2}$ 3) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$

III. $3x + 7z = 10$

IV. $x + 4y + 6z = 21, x + 4y + 6z = -21$

V. 1) $z = 5 + 2(x-1)^2 - (x-1)(y+2) - (y+2)^2$ 2) $x^y = 1 + (x-1) + (x-1)(y-1) + R_2$
 3) $\ln \frac{x}{y} = (x-1) - (y-1) + \frac{1}{2}[-(x-1)^2 + (y-1)^2] + R_2$

VI.

1) $\sqrt{1-x^2-y^2} = 1 - \frac{x^2+y^2}{2} + R_2,$ 2) $\frac{\cos x}{\cos y} = 1 - \frac{x^2-y^2}{2} + R_2,$

3) $\frac{1}{1-x+2y} = 1 + (x-2y) + (x-2y)^2 + R_2,$ 4) $\ln(1+x+y) = (x+y) - \frac{(x+y)^2}{2} + R_2,$

5) $e^x \cos y = 1 + x + \frac{x^2-y^2}{2} + R_2,$ 6) $e^x \sin y = y + xy + R_2,$ 7) $\sin(x^2+y^2) = x^2 + y^2 + R_2,$

8) $(1+x)^m(1+y)^n = 1 + mx + ny + \frac{m(m-1)}{2}x^2 + mnxy + \frac{n(n-1)}{2}y^2 + R_2$

VII.

1) $z_{\min}(0,1) = 0$ 2) אין נקודות קיצון. נקודת אוקף $(0,1)$

3) $z_{\min}(1,0) = -1$ 4) $z_{\min}(1,1) = -1$, נקודת אוקף $(0,0)$

5) $z_{\max}(0,0) = 0,$ $z_{\min}(\pm 0.5, \pm 1) = -1.125$
 נקודות אוקף $(\pm 0.5, 0), (0, \pm 1)$

6) $z_{\max}(0,0) = 1$ 7) $z_{\min}(-2,0) = -\frac{2}{e}$ 8) $z_{\max}(1,2) = -7 + 10 \ln 2$

VIII.

1) $z_{\max}(0.5, 0.5) = 0.25$ 2) $z_{\max}(0.8, 0.6) = 5, z_{\min}(-0.8, -0.6) = -5$ 3) $z_{\min}(1.5, 1.5) = 4.5$

1) $\min_D z = -5, \max_D z = -2$

2) $\min_D z = -75, \max_D z = 125$

IX. 3) $\min_D z = 0, \max_D z = 1$

4) $\min_D z = 0, \max_D z = 32$