



אוניברסיטת בן גוריון בנגב

תאריך הבוחן 07.12.07

מדור בחינות

מרצים: ד"ר ל. פריגוזין

בוחן ב: משוואות דיפרנציאליות הן. מכונות

מס' הקורס 0201.1.9171 סמ' א

משך הבחינה- 2 שעות

חומר עזר: דף נוסחאות אחד

יש לענות על 4 שאלות (כל שאלה שווה ל- 25 נקודות).

שאלה מס' 1. מצאו את הפתרון הכללי של המשוואה הבאה:

$$y' + \frac{y}{x+1} = -y^2$$

שאלה מס' 2. פתרו את הבעיה הבאה עם תנאי התחלה:

$$y' = \frac{y+2}{x+1} + \tan\left(\frac{y+2}{x+1} - 2\right), \quad y(2) = 1.$$

שאלה מס' 3.

(א) (12 נק') השתמשו בשיטה של השוואת מקדמים ורשמו ביטוי לפתרון כללי של

המשוואה הבאה (אין צורך לחשב מקדמים): $y'' + 4y = e^x + x \cos(2x)$

(ב) (13 נק') מצאו את הפתרון הכללי של המשוואה הבאה

$$y'' + 4y = \frac{1}{\cos(2x)}$$

שאלה מס' 4. מצאו את הפתרון הכללי של משוואה

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 1$$

כאשר ידועים שני הפתרונות הבאים שלה: $y_1 = x^2 + 0.5$ ו- $y_2 = x + x^2 + 0.5$.

בהצלחה !

①

$$y' + \frac{y}{x+1} = -y^2 \quad \text{: 'SINJA AKHON}$$

1. $y = 0$

2. $y^{-2}y' + \frac{1}{x+1}y^{-1} = -1$

$$z = y^{-1} \quad z' = -y^{-2}y'$$

$$-z' + \frac{z}{x+1} = -1$$

$$\underline{z' - \frac{1}{x+1}z = 1}$$

$$z = ce^{\int \frac{dx}{x+1}} = c(x+1) \quad \text{: 'SINJA N SE MAM}$$

$$z = c(x)(x+1) \quad \text{: 'SINJA N SE MAM}$$

$$c'(x+1) + c - c = 1$$

$$c' = \frac{1}{x+1} \quad c(x) = \ln|x+1| + c_0$$

$$z = (x+1)(\ln|x+1| + c_0)$$

: 'SINJA MAM

$$y^{-1} = (x+1)(\ln|x+1| + c_0)$$

$$y = 0$$

②

$$y' = \frac{y+2}{x+1} + \operatorname{tg} \left(\frac{y+2}{x+1} - 2 \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} Y = y+2 \\ X = x+1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dY}{dX} = \frac{Y}{X} + \operatorname{tg} \left(\frac{Y}{X} - 2 \right)$$

$$Y = z(X)X \Rightarrow z' \cdot X + z = z + \operatorname{tg} (z-2)$$

$$z' \cdot X = \operatorname{tg} (z-2)$$

1. $z-2 = \pi k, \quad k = 0, \pm 1, \dots$

2. $\frac{\cos(z-2)}{\sin(z-2)} dz = \frac{dX}{X}$

$$\ln |\sin(z-2)| = \ln |Cx|, \quad C \neq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin(z-2)}{X} = C \quad C \neq 0 \\ z-2 = \pi k, \quad k = 0, \pm 1, \dots \end{array} \right.$$

$$z-2 = \pi k, \quad k = 0, \pm 1, \dots$$

$$\frac{\sin(z-2)}{X} = C, \quad \forall C$$

$$\boxed{\frac{\sin\left(\frac{y+2}{x+1} - 2\right)}{x+1} = C}$$

!SSO / 1728

~~the~~ $y(z)=1$: набрав 'квн 7128

$$C = \frac{\sin\left(\frac{1+2}{2+1} - 2\right)}{3} = -\frac{\sin 1}{3}$$

$$y'' + 4y = e^x + x \cos 2x$$

(3)
(1)

$$r^2 + 4 = 0 \rightarrow r = \pm 2i$$

$$\tilde{y} = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$$

: א'תפוקה אקוה

$$y = \tilde{y} + y_1 + y_2 \quad : \text{א'תפוקה-א'תפוקה א'תפוקה א'תפוקה}$$

f_1 : $f_1 = e^x \quad \alpha + i\beta = 1 \quad s = 0$

$$f_1 = Ae^x$$

f_2 : $f_2 = x \cos 2x \quad \alpha + i\beta = 2i \quad s = 1$

$$f_2 = x((B_1 x + B_2) \cos 2x + (C_1 x + C_2) \sin 2x)$$

$$y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$$

(2)
: א'תפוקה א'תפוקה א'תפוקה

$$y = C_1(x) \cos 2x + C_2(x) \sin 2x$$

$$\begin{cases} C_1' \cos 2x + C_2' \sin 2x = 0 \\ -C_1' \sin 2x + C_2' 2 \cos 2x = \frac{1}{\cos 2x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1' = \frac{1}{2} \tan 2x \\ C_2' = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \int \tan 2x dx = -\frac{1}{4} \ln |\cos 2x| + C_{10}$$

$$C_2 = \frac{x}{2} + C_{20}$$

$$y = \left(-\frac{1}{4} \ln |\cos 2x| + C_{10}\right) \cos 2x + \left(\frac{x}{2} + C_{20}\right) \sin 2x$$

: א'תפוקה א'תפוקה

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 1$$

(4)

פונקציות בסיסיות. נבחר $y_1 = x$: נבדוק

פונקציות בסיסיות. נבחר $y_2 = x^2$: נבדוק

$$\tilde{y} = C_2 \tilde{y}_2 \int \frac{e^{-\int \frac{-2x}{x^2} dx}}{\tilde{y}_2^2} dx + C_1 \tilde{y}_1 =$$

$$= C_1 x + C_2 x^2$$

פונקציות בסיסיות. נבחר $y_1 = x$: נבדוק

$$y = y_1 + \tilde{y} = C_1 x + C_2 x^2 + x^2 + 0.5 =$$
$$= \underline{C_1 x + C_2 x^2 + 0.5}$$