



תאריך הבחינה: 8.5.2014
מבחן ב: חשבון אינפיניטיסימלי 2
מס' קורס: 201-1-0021
שנה: תשע"ב סמסטר: ב מועד: בוחרן אמצע
שם המרצה: אור שליט
משך הבחינה: שעתיים
חומר עזר: מחשבון פשוט ללא צג גרפי

ענו על שתי השאלות הבאות. הקפידו להסביר כל צעד במהלך הפתרון, ולציין את המשפטים והטענות עליהם אתם מסתמכים. בכל סעיף/שאלה ניתן לכתוב "לא יודעת" ולקבל חמישית מהנקודות (מעוגלות מעלה לחצי הנקודה הקרובה).
סעיפים/שאלות בהם כתבתם "לא יודעת" לא ייבדקו. בהצלחה!

שאלה 1 (50 נק')

תהי $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה חסומה, ותהיה $c \in (a, b)$.
א. (25 נק') הוכיחו ש- f אינטגרבילית רימן בקטע $[a, b]$ אם ורק אם היא אינטגרבילית בשני הקטעים $[a, c]$ ו- $[c, b]$.
ב. (25 נק') הוכיחו שאם f אינטגרבילית בקטע $[a, b]$, אזי
$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

שאלה 2 (50 נק')

(קראו היטב!)

נסמן ב- a פרמטר ממשי חיובי. נסמן ב- $I_n(f_a)$ את הקירוב הנומרי של האינטגרל של הפונקציה $f_a(x) = ax^3 + x^2 + 7x + 13$ בקטע $[0, 1]$, באמצעות כלל נקודת האמצע. נסמן ב- $I(f_a)$ את הערך האמיתי של האינטגרל.
א. (20 נק') מצאו את המספר הטבעי המקסימלי n_0 המקיים
$$\forall n \leq n_0, \forall a > 0. |I_n(f_a) - I(f_a)| > 0.01$$

ב. (15 נק') האם קיים $a > 0$ כך ש-
$$\forall n > n_0. |I_n(f_a) - I(f_a)| < 0.01$$

ג. (15 נק') האם קיים מספר טבעי n_1 המקיים
$$\forall n > n_1, \forall a > 0. |I_n(f_a) - I(f_a)| < 0.01$$

בהצלחה!