



תאריך הבחינה: 16.5.2013
מבחן ב: חשבון אינפיניטיסימלי 2
מס' קורס: 201-1-0021
שנה: תשע"ב סמסטר: ב מועד: בוחרן אמצע
שם המרצה: אור שליט
משך הבחינה: שעתיים
חומר עזר: מחשבון פשוט ללא צג גרפי

ענו על שלושת השאלות הבאות. הקפידו להסביר כל צעד במהלך הפתרון, ולציין את המשפטים והטענות עליהם אתם מסתמכים. בכל סעיף/שאלה ניתן לכתוב "לא יודעת/ת" ולקבל חמישית מהנקודות (מעוגלות מעלה לחצי הנקודה הקרובה).
סעיפים/שאלות בהם כתבתם "לא יודעת/ת" לא ייבדקו. בהצלחה!

שאלה 1 (40 נק')

תהי $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה חסומה הרציפה בכל הנקודות ב- $[0,1]$ למעט הסדרה $\{1/n\}_{n=1}^{\infty}$.

- א. (20 נק') הוכיחו ש- f אינטגרבילית רימן בקטע $[0,1]$.
ב. (20 נק') הוכיחו שהטור

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_{(n+1)^{-1}}^{n^{-1}} f(x) dx$$

מתכנס בהחלט ושסכומו שווה ל- $\int_0^1 f(x) dx$.

שאלה 2 (30 נק')

- א. (20 נק') חשבו את ערך האינטגרל $\int_2^3 t^{-2} \sin t dt$ עד כדי דיוק של 0.01 באמצעות שיטה נומרית כלשהי (לבחירתכם). נמקו!
ב. (10 נק') לכל n , נסמן ב- a_n את המספר הטבעי m הקטן ביותר כך שהקרום לאינטגרל $\int_2^3 t^{-2} \sin t dt$ באמצעות שיטת הטרפז עם חלוקה ל- m קטעים נותנת קרום עם שגיאה קטנה או שווה ל- $1/n$. האם הסכום $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{-1}$ מתכנס?
מתכנס?

שאלה 3 (30 נק')

- א. (20 נק') חשבו $\int \frac{x^3}{x^3-4x^2+x-4} dx$ (רמז: 4 הוא שורש של המכנה)
ב. (10 נק') עבור אילו p, q ממשיים מתכנס האינטגרל $\int_0^1 x^p \left(\ln \frac{1}{x}\right)^q dx$?