



תאריך הבחינה: 4.8.2013
מבחן ב: חשבון אינפיניטיסמלי 2
מס' קורס: 201-1-0021
שנה: תשע"ג סמסטר: ב מועד: ב
שם המרצה: אור שליט
משך הבחינה: שלוש וחצי שעות
חומר עזר: מחשבון פשוט ללא צג גרפי

ענו על ארבעת השאלות הבאות. הקפידו להסביר כל צעד במהלך הפתרון, ולציין את המשפטים והטענות עליהם אתם מסתמכים. בכל סעיף/שאלה ניתן לכתוב "לא יודעת" ולקבל חמישית מהנקודות (מעוגלות מעלה לחצי הנקודה הקרובה).
סעיפים/שאלות בהם כתבתם "לא יודעת" לא ייבדקו. בהצלחה!

שאלה 1 (25 נק')

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה. נגדיר

$$f_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f\left(x + \frac{i}{n}\right)$$

הוכיחו/הפריכו:

- $f_n \rightarrow f$ נקודתית על הישר.
- $f_n \rightarrow f$ במידה שווה על הישר.
- לכל $a < b \in \mathbb{R}$ מתקיים ש- $f_n \rightarrow f$ במידה שווה בקטע (a, b) .

שאלה 2 (25 נק')

נגדיר $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$.

- (6 נק') האם הטור $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$ מתכנס במידה שווה ב- $(0, \infty)$? נמקו!
- (7 נק') הוכיחו ש- $f(x)$ מוגדרת על חצי הישר $(0, \infty)$, ושפונקציה זו רציפה וגזירה אינסוף פעמים שם.

ג. (6 נק') האם קיים האינטגרל המוכלל $\int_1^{\infty} f(x) dx$? נמקו!

ד. (6 נק') האם קיים האינטגרל המוכלל $\int_0^1 f(x) dx$? נמקו!

שאלה 3 (25 נק'י)

א. (5 נק'י) ציירו (בערך) את העקומה:

$$S = \{(t \cdot \cos t, t \cdot \sin t) : 0 \leq t \leq 4\pi\}$$

ב. (20 נק'י) חשבו את אורך העקומה.

שאלה 4 (25 נק'י)

נתונה הפונקציה $f(x, y) = e^{x-2y} - xe^{-y}$.

א. (15 נק'י) מצאו את כל נקודות הקיצון המקומיות של $f(x, y)$. עבור כל נקודת קיצון קבעו את הטיפוס שלה (מינימום חזק, מינימום חלש, וכולי...).

ב. (10 נק'י) מצאו את הערכים המקסימאליים והמינימאליים שהפונקציה מקבלת בריבוע

$$S = \{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 4\}$$

בהצלחה!