

## תורת הגרפים (201.1.6081) - מבחן

מועד ג- סמסטר ב תש"ע 30.8.2010

מרצה: ד"ר ש. סמורדינסקי.

משך הבחינה: 3 שעות

אין להשתמש בשום חומר עזר או מחשבון.

### שימו לב:

יש לענות על בדיוק 4 מתוך 5 השאלות.

כל שאלה (מתוך ה 4 שאלות שבחרתם) שלא תענה כלל תזכה אותך ב 5 נק (בתנאי שבדף המתאים כתוב "איני יודעת").  
יש לסמן כאן: השאלות שבחרתי הן \_\_\_\_\_

### שאלה 1

(25 נק) הוכיחו שאם  $G=(V,E)$  גרף דו-צדדי עם  $n$  קודקודים ולפחות  $3n$  קשתות אזי:

$$Cr(G) \geq \frac{|E|^3}{27n^2}$$

### שאלה 2

(25 נק) יהי  $G$  גרף מישורי עם שיכון במישור. הוכיחו ש  $G$  דו-צדדי אם ורק אם כל פאה מאורך זוגי.

### שאלה 3

(25 נק) יהי  $G$  גרף עם  $n$  קודקודים וחסר משולשים. הוכיחו כי ל- $G$  יש לכל היותר  $\left\lfloor \frac{n^2}{4} \right\rfloor$  קשתות.

### שאלה 4

יהי  $G$  גרף ללא מעגלים מאורך זוגי. הוכיחו כי:

א.  $\delta(G) < 3$  (15 נק)

ב.  $\chi(G) \leq 3$  (10 נק) הוכיחו

### שאלה 5

(25 נק) יהי  $G=(V,E)$  גרף פשוט 10 קריטי ותהא  $S \subseteq V$  קבוצה בת 10 צמתים שמהווה חתך. הוכיחו כי ב

$G[S]$  יש לכל היותר 44 קשתות. כאן  $G[S]$  הוא התת-גרף המושרה ע"י  $S$ .

**בהצלחה!**