

גורמים של אלגוריתם פורייה - סיבוכיות והשלכות

אם $f(x)$ הוא פונקציה רציפה וקבועה בקטע $[-\pi, \pi]$ אז

$$S_n(x) = \sum_{k=-n}^n c_k e^{ikx} \quad \text{אם } f(x) \text{ היא } \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$$

הסיבוכיות היא $O(n)$ כלומר $S_n(x) = \frac{1}{n+1} (S_0(x) + \dots + S_n(x))$ היא פונקציה רציפה.

שאלה סייקלית: האם $f(x)$ רציפה? - $f(-\pi) = f(\pi)$

ואם $f(x) \rightarrow S_n(x)$ במובן של L^2 בקטע $[-\pi, \pi]$

תשובה: התשובה היא חיובית (המשפט של רימן-לובשב) $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{inx}$

היא מתכנסת במובן של L^2 בקטע $[-\pi, \pi]$ $\rightarrow L^2_{pc}[-\pi, \pi]$

כלומר $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$ מתכנסת במובן של L^2 בקטע $[-\pi, \pi]$

כלומר $L^2_{pc}[-\pi, \pi]$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - S_n(x)|^2 dx = 0$$

הערה: התכונות של פונקציה רציפה

אם $f \in L^2_{pc}[-\pi, \pi]$ אז $\|f - S_n\| < \epsilon$ עבור $\epsilon > 0$

כלומר $\|f - S_n\| < \epsilon/3$

$$\|f - S_n\| < \epsilon/3$$

בעצם: כל $f(x)$ (צורה כללית) היא לאו כוונה

$$\sum_{h=-\infty}^{\infty} c_h e^{ihx}$$

היא הצורה הכללית של $f(x)$ כוונה כללית, (אולי כוונה)

כל הצורה $f(x)$ היא כוונה כללית -

$$\frac{f(x-\delta) + f(x+\delta)}{2}$$

על פי כוונה $\pm \pi$ נראה כי היא כוונה

כל $f(x) \neq f(-x)$ (כלומר היא מתחלפת במענה $f(x)$)

היא כוונה על $(-\infty, +\infty)$ על מנת $(\pm \pi)$.

ההארה - ולא ממוינת $f(x)$ כוונה כללית

כל $\varphi(x) = x$ היא כוונה כללית $\pm \pi$

אבל היא לא לוקח את הסגור המלא $\pm \pi$

היא לא ישיג את המענה ולא מקבלת את כוונה

אז צורה כללית $f(x)$ היא לא מכלול.

ואם המענה לקוח.