לכן לפי המשפט הקודם השוויון א.ה. $A \cdot B$

ב. לפי המשפט R A ו-B, f מה הוכחה כלל תחום
קטע $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$, לכן לפי המשפט R A ו-B
לא סופי, ומכאן כמובן f f קטע כ.

ג. ידוע מהמשפט כי אין סדרה מתכנסת ...
סדרת המקדמים המתאימה לה מתכנסת לאותו הגבול.
לכן עבור $x \in [-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$, ממשפט דיריכלה ...
הפונקציה R לא ... f מתכנסת ל- $f(x)$
עבור $x \neq 0$. ... מתכנסת ל- $f(0)$ עבור $x=0$
יש לזכור כי f ... ב- $x=0$, ...
ולכן ... ($-A=B$).

שאלה 3:

ב. $V \subseteq C_0(\mathbb{R})$ ...
... f ... ($f \in W$), $\hat{f}$ ...
... $(-\infty, +\infty)$ ו- $\lim_{\omega \to \pm\infty} \hat{f}(\omega) = 0$.

צ"ל להוכיח כי V הוא ...
... כי V סגור תחת ...
לחיבור ... כי $f_1, f_2 \in W$, כך ש-
$\hat{f}_1, \hat{f}_2 \in V$. ...

$$\widehat{\lambda f_1 + f_2} = \lambda \hat{f}_1 + \hat{f}_2 \qquad (\lambda \in \mathbb{C})$$

ובגלל ש- $\lambda f_1 + f_2 \in W$ גם ש- $\lambda \hat{f}_1 + \hat{f}_2$ היא התמרת פורייה

של פונקציה ב- W, ולכן $\lambda \hat{f}_1 + \hat{f}_2 \in V$.

(במילים אחרות: V הוא תמונה של תת מרחב

וקטורי W תחת הטרנספורמציה הלינארית $\mathcal{F}$, ולכן V

הוא תת מרחב וקטורי.)

ב. ידוע כי אם $g \in L^1_{pc}(-\infty, +\infty)$,

$$\|\hat{g}\|_\infty \le \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \|g\|_1$$

לכן אם $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרה כך ש- $W \subseteq L^1_{pc}(-\infty, +\infty)$

המתכנסת בנורמה L^1 לאיזו f, אז

$$\|\hat{f}_n - \hat{f}\|_\infty \le \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \|f_n - f\|_1 \xrightarrow[n \to \infty]{} 0$$

לכן $\hat{f}_n \xrightarrow[n \to \infty]{} \hat{f}$ בנורמה $\|\cdot\|_\infty$.

ג. יהי $g \in V$ ונניח $g = \hat{f}$ כאשר $f \in W$.

אנו יודעים כי קיימת סדרה של פונקציות מדרגות

ועל $[0,1]$ המתכנסת ל- f בנורמה L^1.

במילים אחרות, אנו יודעים כי קיימים סכום

קיימים קטעים $[a_j, b_j] \subseteq [0,1]$, ערכים $c_j \in \mathbb{C}$, [illegible] $j=1,\dots,k$

$$\left\| f - \sum_{j=1}^{k} c_j' \mathbb{1}_{[a_j,b_j]} \right\|_1 < 2\pi\varepsilon$$

[illegible] , $\mathcal{F}(\mathbb{1}_{[a_j,b_j]}) = \dfrac{e^{-i\omega a_j} - e^{-i\omega b_j}}{2\pi i\omega}$ [illegible]

$$\Big\| \underset{g}{\overset{\shortparallel}{\hat{f}}} - \sum_{j=1}^{k} \frac{c_j'}{2\pi} \, \frac{e^{-i\omega a_j} - e^{-i\omega b_j}}{\omega} \Big\|_\infty$$

$$\le \frac{1}{2\pi} \left\| f - \sum_{j=1}^{k} c_j \mathbb{1}_{[a_j,b_j]} \right\|_1 < \frac{1}{2\pi} \cdot 2\pi\varepsilon = \varepsilon$$

$c_j = \dfrac{c_j'}{2\pi}$ [illegible]