

בוחר באלגברה 1

מס' קורס: 201.1.9641
סמסטר א', תש"עד ; בוחר ראשון
מרצים: פרופ' ג. משביצקי, פרופ' ו. ויניקוב, ד"ר נ. גולקו, ד"ר א. מצרי, ד"ר א. סייג
תאריך הבחינה: 5.12.2014
מיועד לתלמידי הנדסה
משך הבחינה: שתיים ; חומר עזר: מחשבוני

במבחן זה שני חלקים. בחלק הראשון יש שתי שאלות. בחלק השני שתי שאלות אמרי-קאיות.

בהצלחה !!

טבלת ניקוד - לשימוש הבודקים

שאלה	ציון
א1	
ב1	
א2 1	
א2 2	
ב2	
3	
4	
סה"כ	

חלק ראשון: לכל שאלה משקל זהה (40 נקודות).
נמקו היטב את טענותיכם ושיקוליכם ונסחו במדוייק תוצאות קודמות שעליהן הנכם מסתמכים.

(1)
א) (20 נק') הוכיחו כי הקבוצה $A = \{a + b\sqrt{-6} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ היא שדה.

(ב) (20 נק') מצאו את כל המספרים המרוכבים z כך ש $z^3 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. הערה: גם פתרון בצורה טריגונומטרית יחשב כקביל.

(2) בשאלה אין קשר בין סעיף א' וסעיף ב'. לסעיף א' שני תתי סעיפים.
(א) (30 נק')

יהא a פרמטר מרוכב. נתון מרחב וקטורי מעל \mathbb{C} על ידי $V(a) = \text{Span}(\{v_1, v_2, v_3\})$ כאשר
 $v_1 = (a, a, a), v_2 = (1, a^2, 1), v_3 = (4a, 1, a^3)$

• חלק ראשון

(15) מצאו את כל הערכים של הפרמטר a בעבורם מתקיים $V(a) = \mathbb{C}^3$.

• חלק שני

(15) מצאו את כל הערכים של הפרמטר a בעבורם מתקיים $(4a, 4a, a^2) \in V(a)$.

ב) (10 נק') מצאו רשימה קצרה ביותר של מערכות לינאריות מעל השדה \mathbb{F}_2 בן שני איברים F_2 כך שכל מערכת הומוגנית מעל F_2 עם שני נעלמים ושלוש משוואות שקולה למערכת שברשימתכם.

בחלק זה בחרו סעיף אחד נכון בכל אחת מהשאלות הבאות. תשובה נכונה מזכה ב-10 נקודות

(3) תהי $A \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ ויהא U מרחב הפתרונות של המערכת ההומוגנית $Ax = 0$ מעל \mathbb{R} . ידוע כי $\text{rank}(A) = 1$. מי מהבאים יכול להיות נכון?

- (א) $U = \mathbb{R}^3$
- (ב) $U = \{(2a, 2b, c) : a, b, c \in \mathbb{R}\}$
- (ג) $U = \{(1 + a, 2 + 2a, c) : a, c \in \mathbb{R}\}$
- (ד) $U = \{(2a, a, 0) : a \in \mathbb{R}\}$

(4) מבין הקבוצות הבאות מיצאו תתי מרחבים של \mathbb{C}^2 מעל \mathbb{C}

- (א) $U = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{C}, a^2 - b^2 = 0\}$
- (ב) $U = \{(2a - 1, 4a - 2) : a \in \mathbb{R}\}$
- (ג) $U = \{(a, b) : (a - b)^3 = 0, a, b \in \mathbb{C}\}$
- (ד) U כולל את כל שורות המטריצות הריבועיות המרוכבות מסדר שתיים ששקולות שורה למטריצת היחידה.