



## תרגיל 8 בחדו"א 1 לתלמידי מדעי המחשב והנדסת תוכנה, 201-1-2361

1. השתמשו בהגדרת הנגזרת והוכיחו: נגזרת של פונקציה זוגית היא אי-זוגית, ונגזרת של פונקציה אי-זוגית היא זוגית, בתנאי שפונקציות אלה הן גזירות.

2. חקרו את הגזירות של הפונקציות הבאות:

$$(א) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{4}(x+1)^2 & x \leq 1 \\ |x| - 1 & x > 1 \end{cases}$$

$$(ב) \quad f(x) = \sqrt{1 - e^{-x^2}} \quad \text{מיוחדת ב-} x=0 !$$

$$(ג) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

3. האם לפונקציה  $f(x) = \begin{cases} x^3 \arctan \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  נגזרת רציפה ב  $x=0$  ?

4. תהא  $F(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq x_0 \\ ax + b & x > x_0 \end{cases}$  כאשר הפונקציה  $f(x)$  גזירה משמאל בנקודה  $x_0$ . עבור אילו ערכי  $a, b$  הפונקציה  $F(x)$  גזירה בנקודה  $x_0$  ?

5. הוכיחו כי אם הפונקציה  $f(x)$  מקיימת את המשוואה הדיפרנציאלית  $y' + \lambda \cdot y = 0$  כאשר  $\lambda \in \mathbb{R}$  קבוע נתון, אזי היא בעלת הצורה  $f(x) = C \cdot e^{-\lambda x}$  כאשר  $C$  קבוע כלשהו. (רמז: התבוננו ב  $(f(x) \cdot e^{\lambda x})'$ ).

6. תהא  $f(x)$  פונקציה גזירה בקטע  $[a, b]$  ומתקיים  $f'(a) \cdot f'(b) < 0$ . הוכיחו שקיימת  $c \in (a, b)$  כך ש  $f'(c) = 0$ .