

המחלקה למתמטיקה, בן-גוריון

אשנב למתמטיקה

ביום שלישי, 5 באפריל, 2022

בשעה 16:10 – 17:30

באולם-101, בניין מתמטיקה

ההרצאה

טופולוגיה לא קומוטטיבית

תינתן על-ידי

אילן הירשברג

תקציר: בהנתן מרחב מטרי קומפקטי X (או האוסדורף קומפקטי באופן כללי יותר), אוסף הפונקציות הרציפות עם ערכים מרוכבים מהווה מרחב בנד (כלומר מרחב וקטורי עם נורמה, שהוא שלם ביחס לנורמה הזו), אך יתר על כן ניתן להכפיל בו את הפונקציות, ולכן יש לו מבנה של חוג (או ליתר דיוק אלגברה - מרחב וקטורי שהוא גם חוג). מסתבר שניתן לשחזר את כל התכונות של המרחב X מתוך התכונות של המבנה האלגברי-טופולוגי הזה. למשל, ניתן לזהות בין נקודות במרחב לבין אידאלים מקסימליים במרחב X .

בשנות ה-50, עבודה עמוקה של המתמטיקאים גלפנד ונאימרק הגדירה מערכת אקסיומות של אלגבראות שהן פונקציות רציפות על מרחבים האוסדורף קומפקטיים. אלגברה שמקיימת את האקסיומות האלה נקראת **אלגברת C^* קומוטטיבית**. למעשה, תורה זו נותנת איפיון שקול למושג של מרחב טופולוגי האוסדורף קומפקטי.

כמובן, כפל נקודתי של פונקציות יהיה קומוטטיבי. אולם מסתבר שאם מוותרים על אקסיומה זו, מקבלים משפחה מאד טבעית של אובייקטים אלגבריים-טופולוגיים, שעולים באופן טבעי במתמטיקה. למשל, האלגברה של המטריצות הריבועיות מגודל מסוים תהיה דוגמא לאלגברת

C^* לא קומוטטיבית, ולמעשה אלגבראות כאלה אף עלו באופן טבעי בעבודה של פון-נוימן ומורי שעלו מתוך ביסוס היסודות המתמטיים של תורת הקוונטים, כמו גם בחקר של תורת ההצגות של חבורות.

בסביבות שנות ה-70 וה-80, בין היתר בשל עבודותיו של המתמטיקאי זוכה מדליית פילדס אלן קון ואחרים, התגבשה התובנה שאם אלגבראות C^* קומוטטיביות הן בעצם תיאור שקול של מרחבים טופולוגיים, אז יש לחשוב על אלגבראות C^* כלליות כעל הכללה של מושג המרחב הטופולוגי, ולהכליל שיטות מטופולוגיה לתחום זה.

מאחר שמדובר בתחום מחקר מופשט, שמשלב בתוכו מושגים מאנליזה, טופולוגיה ואלגברה, אי אפשר יהיה להציג משפטים ובעיות מחקריות עדכניות בהרצאה זו. לכן, בהרצאה אתמקד בהסבר מדויק יותר של חלק מהמושגים שצוינו לעיל, וכן אנסה לתת מספר דוגמאות לאלגבראות C^* , הכללה של כלים טופולוגיים למקרה זה, ואולי אציין בקצרה כיווני מחקר מסוימים שמעניינים אותי בימים אלה, אם יתאפשר.