בוחן בקורס מבוא לאלגברה 22.12.00

1. יש כמה דרכים לפתרון. הנה אחת. תהי A המטריצה שעמודותיה v_1, v_2, v_3. הוקטור $w_i \in V$ אם"ם יש פתרון למערכת המשוואות $AX = w_i$. מקבלים $w_1 \in V$, $w_2 \notin V$ ו- $w_3 \notin V$.

2. יהי $w \in W_1 \cap W_2$. אז $w = av_1 + bv_2 = cv_3 + dv_4$ עבור סקלרים a, b, c, d. לכן $0 = w - w = av_1 + bv_2 - cv_3 - dv_4$. מאחר שארבעת הוקטורים $v_1,..., v_4$ בלתי תלויים ליניארית הרי כל הסקלרים חייבים להיות אפס; ולכן $w = 0$.

3. ע"י דרוג מקבלים שאין פתרון אם $b = -a^2 + 20a - 35 = 0$ כלומר $a = 10 \pm \sqrt{65}$. אחרת יש פתרון יחיד והוא $x_1 = 1 - b^{-1}(40 - 2a)(3 - a)$, $x_2 = 1 - b^{-1}(a - 18)(3 - a)$ ו- $x_3 = b^{-1}(3 - a)$.