

תרגיל 3

1. n זוגות נעליים שונים בלגנו ואח"כ חיברו בזוגות באופן מקרי. (א) מצא את ההסתברות לקבל את כל הזוגות המקוריים. (ב) מצא את ההסתברות שבכל זוג יש נעל שמאלית ונעל ימנית.
2. נקודה נבחרת באופן מקרי בתוך משולש שווה-צלעות, כאשר אורכה של כל צלע הוא 3. מצא את ההסתברות שהמרחק מהנקודה לקודקוד כלשהו גדול מ-1.
3. מטבע בעל רדיוס r נזרק באופן מקרי על לוח שחמט אינסופי. התאים על לוח השחמט הם בעלי צלע a ($a > 2r$). מצא את ההסתברות שמטבע (א) יהיה כולו בתוך תא אחד, (ב) יחתוך בדיוק אחת מהצלעות, (ג) יחתוך לפחות שתי צלעות.
4. מקדמים p ו- q של המשוואה $x^2 + px + q = 0$ נבחרו באופן מקרי מקטע $[0,1]$. מהי ההסתברות ששני שורשים של המשוואה הם ממשיים?
5. שני חברים סיכמו להיפגש בתחנת אוטובוס בין שעות 10 ו-11. כל אחד מהם יכול להגיע במשך שעה זאת באופן מקרי ומחקה לחברו 10 דקות לכל היותר. מצא את ההסתברות שהמפגש יתקיים.
6. נתון $P(A \cup B) = 0.7, P(A) = 0.5$. חשב את ההסתברות $P(B)$ אם A ו- B (א) בלתי תלויים, (ב) זרים.
7. חמישה קלפים A, B, C, D, E מונחים באופן מקרי בשורה. מצא את ההסתברות שהקלפים A, E נמצאים במקומות הראשון והחמישי בהתאמה בתנאי שקלף B נמצא במקום השלישי.
8. במדינה מסוימת אנאלפביתיות בשויר של 5% בין גברים ו-12% בין נשים. מספר גברים באוכלוסייה שווה למספר נשים. (א) נבחר בן אדם אחד באופן מקרי. מהי ההסתברות שהוא אנאלפביתי? (ב) נבחר בן אדם אחד באופן מקרי והתברר שהוא אנאלפביתי. מהי ההסתברות שזה גבר?
9. בכד ישנם שלושה כדורים לבנים וארבעה שחורים. שני שחקנים מוצאים מהכד לפי תור כדור אחד ללא החזרה. הראשון שמוציא כדור לבן זוכה. מצא את ההסתברות שחקן המתחיל את המשחק יזכה.
10. חוליה חשמלית מורכבת מ- n מפסקים המחוברים במקביל. כל מפסק דלוק בהסתברות p ללא תלות במפסקים אחרים. מעגל כולו מורכב משלוש חוליות כאלה המחוברות בתור. מהי ההסתברות שיש מוליכות במעגל?
11. באוטובוס נמצאים n נוסעים. כל אחד מהם יכול לרדת בתחנה בהסתברות p_0 ללא תלות בנוסעים האחרים. בהסתברות p_1 לא עולה נוסע חדש לאוטובוס, אחרת עולה לאוטובוס נוסעה אחד בלבד. מצא את ההסתברות שאחרי התחנה לא ישתנה מספר האנשים באוטובוס.
12. מטילים 3 קוביות. מה ההסתברות שלפחות על אחת מהן יופיע מספר 1, אם על כל שלוש הקוביות הופיעו מספרים שונים?

תרגיל 3. תשובות

1. (א) $n! \cdot 2^n / (2n)!$ (ב) $(n!)^2 \cdot 2^n / (2n)!$ 2. $1 - 2\pi/9\sqrt{3} \approx 0.6$ 3. (א) $(a-2r)^2 / a^2$ (ב) 0.294 (ג) $4(a-2r)r / a^2$ 4. $1/12$ 5. $11/36$ 6. (א) 0.4 (ב) 0.2 7. $1/12$ 8. (א) 0.085 (ב) 0.294 9. $44/70$ 10. $[1 - (1-p)^n]^3$ 11. $p_1(1-p_0)^n + (1-p_1)np_0(1-p_0)^{n-1}$ 12. $1/2$