

7 תרגיל

1. יהיו $X_1, X_2, \dots, X_n \sim U(a, b)$ משתנים מקריים בעלי ההתפלגות האחידה על הקטע $[a, b]$ ובלתי-תלויים. מצא את פונקציית הצפיפות של המשתנים

(א) $\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ (ב) $\min(X_1, X_2, \dots, X_n)$

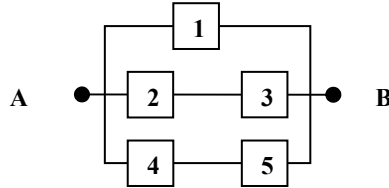
2. יהיו $X_1, X_2, \dots, X_n \sim \exp(\lambda)$ משתנים מקריים בעלי ההתפלגות המעריכית עם פרמטר λ ובלתי תלויים. מצא את פונקציית

(א) $\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ (ב) $\min(X_1, X_2, \dots, X_n)$

3. יהי X משתנה מקרי עם פונקציית התפלגות מצטברת F . מצא את פונקציית התפלגות של משתנים מקריים

(א) $X^+ = \max(X, 0)$ (ב) $X^- = \max(-X, 0)$ וסרטט אותן.

4. נתונה מערכת אלקטרונית לפי קונפיגורציה הבאה



זמן החיים בשעות של כל אחד מהאלמנטים 2,3,4,5 הוא מ"מ מעריכי עם פרמטר $\lambda = 1$. האלמנט 1 עובד שעה אחת בדיוק ואחר-כך לא עובד בכלל. כל האלמנטים בלתי

תלויים. נסמן ב- X_{AB} זמן החיים של המערכת AB. מצא את פונקציית התפלגות המצטברת של מ"מ X_{AB} .

5. יהי $X \sim U(-2, 2)$ מ"מ אחיד. נגדיר משתנים מקריים Y ו- Z : $Y = \begin{cases} |X|, & |X| \leq 1 \\ 1, & 1 < |X| < 3/2 \\ 2, & |X| \geq 3/2 \end{cases}$. מצא את פונקציית התפלגות של

המשתנים המקריים Y ו- Z וסרטט אותן.

6. יהי $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ ו- $Y = (1 + X)/(1 + 2X)$. מצא את פונקציית הצפיפות של מ"מ Y .

7. מ"מ X בעל פונקציית צפיפות הבאה $f_X(x) = \begin{cases} (x+1)/2 & -1 < x < 1 \\ 0, & x \notin (-1, 1) \end{cases}$ ו- $Y = 1 - X^2$. מצא את פונקציית הצפיפות של מ"מ Y .

8. יהי $X \sim U(-4, 4)$ ו- $Y = \sin X$. מצא את פונקציית הצפיפות של מ"מ Y .

9. לקוח בא למשרד. פקידה המקבלת קהל פנויה בהסתברות p_1 , שותה קפה בהסתברות p_2 במשך זמן של $X_2 \sim U(0, 30)$ דקות, עסוקה עם לקוח הקודם

בהסתברות p_3 במשך זמן של $X_3 \sim U(0, 20)$ דקות או מפטפטת בטלפון בהסתברות p_4 במשך זמן של $X_4 \sim U(0, 40)$ דקות. מצא את פונקציית

ההתפלגות של זמן המתנה של הלקוח עד לקבלה אצל הפקידה.

1. $f(t) = \begin{cases} \frac{n}{b-a} \left(\frac{b-t}{b-a} \right)^{n-1} & t \in (a, b) \quad (\text{ב}) \\ 0, & t \notin [a, b] \end{cases} \quad f(t) = \begin{cases} \frac{n}{b-a} \left(\frac{t-a}{b-a} \right)^{n-1} & t \in (a, b) \quad (\text{א}) \\ 0, & t \notin [a, b] \end{cases}$

2. $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ n\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^{n-1}, & t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{א}) \quad f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ n\lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{ב})$

3. $F_{X^+}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ F(t), & t \geq 0 \end{cases} \quad F_{X_{AB}}(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ (1 - e^{-2t})^2, & t \geq 1 \end{cases} \quad F_{X^-}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - F((-t)^-), & t \geq 0 \end{cases}$

4. $F_Z(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sqrt{t}/2 & 0 \leq t < 1 \\ 3/4 & 1 \leq t < 4 \\ 1 & t \geq 4 \end{cases} \quad F_Y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t/2 & 0 \leq t < 1 \\ 3/4 & 1 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2 \end{cases}$

5. $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{\lambda}{(2y-1)^2} e^{\lambda \frac{y-1}{2y-1}} & 0.5 < y < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad 6. \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{4\sqrt{1-y^2}}, & y \in (-1, \sin 4) \cup (\sin(-4), 1) \\ \frac{1}{8\sqrt{1-y^2}}, & y \in (\sin 4, \sin(-4)) \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad 7. \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{1-y}} & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

8. $F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ p_1 + 13t/20, & 0 \leq t < 20 \\ p_1 + p_3 + 7t(p_2 + p_4)/120, & 20 \leq t < 30 \\ 1 - p_4 + tp_4/40, & 30 \leq t < 40 \\ 1, & t \geq 40 \end{cases}$