

אנליזה לחשמל

תרגול מס' 10 – טורי פוריה

תרגיל 1: תהינה f, g רציפות ומחזוריות. הראו כי:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(nx)dx = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx \right) \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(x)dx \right)$$

תרגיל 2: תהי f מחזורית עם מקדמי פוריה c_n . הראה כי:

$$\sigma_N(f; x) = \sum_{n=-N}^N \left(1 - \frac{|n|}{N+1} \right) c_n e^{inx}$$

תרגיל 3: תהי f רציפה ומחזורית עם מקדמי פוריה c_n ונניח כי $c_n \xrightarrow{|n| \rightarrow \infty} 0$. הוכח כי

$$S_N(f; x) \rightarrow f(x)$$

במ"ש.

(בפרט, לפי מה שהוכחתם בתרגיל הבית, נובע כי אם f גזירה ברציפות אזי $S_N(f) \rightarrow f$ במ"ש).

שאלה למחשבה: איזה קירוב הוא קירוב טוב יותר ל- f : $S_N(f)$ או $\sigma_N(f)$?