נוסחת בייס. פיתרונות — 5

(1) א) מוצר ונכון עובר 2 בדיקות אחרי השניה: $p=\alpha_1\cdot\alpha_2$

ב) מוצר תקין נפסל בבדיקה 1 או עבר בדיקה 1 ואז נפסל בבדיקה 2:

$$p=\beta_1+(1-\beta_1)\beta_2$$

ג) נוסחת בייס לא מכיר:

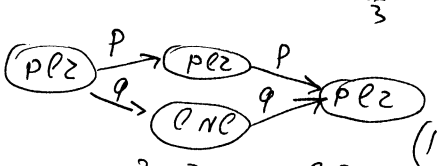
$$P(\text{עבר})=\underbrace{P(\text{תקין}|\text{עבר})}_{(1-\beta_1)(1-\beta_2)}\cdot\underbrace{P(\text{תקין})}_{p}+\underbrace{P(\text{פגום}|\text{עבר})}_{\alpha_1\cdot\alpha_2}\cdot\underbrace{P(\text{פגום})}_{1-p}$$

ד) נוסחת בייס:

$$P(\text{תקין}|\text{עבר})=\underbrace{P(\text{תקין})}_{p}\cdot\underbrace{P(\text{עבר}|\text{תקין})}_{(1-\beta_1)(1-\beta_2)}\Big/\underbrace{P(\text{עבר})}_{\text{סעיף ג'}}$$

(2) $$P(A|ABACAB)=\underbrace{P(A)}_{\frac13}\cdot\underbrace{P(ABACAB|A)}_{\frac12\cdot\frac14\cdot\frac12\cdot\frac14\cdot\frac12\cdot\frac14}\Big/\Big\{\underbrace{P(A)}_{\frac13}\underbrace{P(ABACAB|A)}_{\frac12\cdot\frac14\cdot\frac12\cdot\frac14\cdot\frac12\cdot\frac14}+\dots+\underbrace{P(C)}_{\frac13}\underbrace{P(ABACAB|C)}_{\frac14\cdot\frac14\cdot\frac14\cdot\frac12\cdot\frac14\cdot\frac14}\Big\}$$

(3) א)



ב) נבדיר 2 הנחות: A_1: בשק שלשון B: בשק נגיעה
A_2: שחור שלשון

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\underbrace{P(A_1)}_{\frac12}\underbrace{P(B|A_1)}_{p^2+q^2}+\underbrace{P(A_2)}_{\frac12}\underbrace{P(B|A_2)}_{2pq}}=p^2+q^2$$

ג) $$P\left(\text{בשק אותו אותו}\cap\text{בשק שלשה}\,\middle|\,\text{בשק נגיעה}\right)=\underbrace{P\left(\text{בשק אותו}\,\middle|\,\text{בשק נגיעה}\right)}_{\frac12\cdot p/\{\frac12p+\frac12q\}=p\ :\text{ביטוי}}\cdot\underbrace{P\left(\text{בשק אותו}\,\middle|\,\text{בשק שלשה}\right)}_{\text{אותו דבר}}=p^2$$

(4) א) לבן כדורים: $p_1^n(1-p_0)$ לבן עולים: p_1 ב) $\underbrace{(1-p_0)^n p_1}_{\text{לבן כדורים לבן עולים}}+\underbrace{np_0(1-p_0)^{n-1}(1-p_1)}_{\text{1 כדור + 1 עלה}}$ ג) $\frac{\text{א)}}{\text{ב)}}$ ד) מבוטל

(5) א) התפלגות אחיזה: $p=\begin{cases}t, & 0\le t\le1\\ 0, & t<0\\ 1, & t>1\end{cases}$ ב) $\frac12$ (צד, לא תלוי באורך ג) $P(X\le t)$ כמו א)
כי תלוי בגבוה/קטן הוא בהסתברות $\frac12$ יחני/שמאלי

ד) $$\underbrace{P(\text{קטן}|X\le t)}_{\text{לחשב בנפרד בכל קטע של } t}=\underbrace{P(\text{קטן})}_{\frac12}\cdot\underbrace{P(X\le t|\text{קטן})}_{\begin{cases}2t, & 0\le t\le\frac12\\ 0, & t<0\\ 1, & t>\frac12\end{cases}}\Big/\Big\{\underbrace{P(\text{קטן})}_{\frac12}\underbrace{P(X\le t|\text{קטן})}_{-\,\|\,-}+\underbrace{P(\text{גבוה})}_{\frac12}\underbrace{P(X\le t|\text{גבוה})}_{\begin{cases}2t-1, & \frac12\le t\le1\\ 0, & t<\frac12\\ 1, & t>1\end{cases}}\Big\}$$

ה) = 1 − ד)

(7) א), ב) נבדיר 2 מערכות הנחות: A_1/A_2: יש/אין מפתח; B_1/B_2 הבדיר נעולות/פתוחות

C: נכנסו לבדיר:

$$P(C)=\underbrace{P(A_1)}_{\frac{n-k}{n}}\underbrace{P(C|A_1)}_{\frac{m}{n}}+\underbrace{P(A_2)}_{\frac{k}{n}}\underbrace{P(C|A_2)}_{1}=\underbrace{P(B_1)}_{\frac{m}{n}}\underbrace{P(C|B_1)}_{1}+\underbrace{P(B_2)}_{\frac{n-m}{n}}\underbrace{P(C|B_2)}_{\frac{k}{n}}$$

ג)-ה): נבדיר 2 מערכות הנחות: $A_1/A_2/A_3$: יש 0/1/2 מפתחות; $B_1/B_2/B_3$: 0/1/2 בדירות פתוחות; C: נכנסו ל- 2 בדירות

$$P(C)=\underbrace{P(A_1)}_{\frac{\binom{n-k}{2}}{\binom{n}{2}}}\underbrace{P(C|A_1)}_{\frac{\binom{m}{2}}{\binom{n}{2}}}+\underbrace{P(A_2)}_{\frac{k(n-k)}{\binom{n}{2}}}\underbrace{P(C|A_2)}_{\frac{m}{n}}+\underbrace{P(A_3)}_{\frac{\binom{k}{2}}{\binom{n}{2}}}\underbrace{P(C|A_3)}_{1}=\underbrace{P(B_1)}_{\frac{\binom{n-m}{2}}{\binom{n}{2}}}\underbrace{P(C|B_1)}_{\frac{\binom{k}{2}}{\binom{n}{2}}}+\underbrace{P(B_2)}_{\frac{m(n-m)}{\binom{n}{2}}}\underbrace{P(C|B_2)}_{\frac{k}{n}}+\underbrace{P(B_3)}_{\frac{\binom{m}{2}}{\binom{n}{2}}}\underbrace{P(C|B_3)}_{1}$$