**נורמה פרסמג – דיאלוג על החינוך המתמטי**

טד, מייקל ואנוכי מסכימים שמתמט' היא מרכזית עבור מתמטיקאים, מחנכים למתמט' וחוקרים בתחומים הללו. עם זאת, לא חשתי בזמנו שמייקל דיבר על חינוך מתמטי כפי שדיברתי על מחקר בחינוך מתמטי. היה נתק, שזו הסיבה ככל הנראה לכך שדיברנו על דברים שונים. לכן ניסיתי לשרטט דיאגרמה כדי לברר על מה אנחנו מדברים. עלי לומר כבר בהתחלה שהעובדה שהמתמט' היא מרכזית עבורי אך ישנם תת- תחומים בהם היא רכיב של חינוך מתמטי והמחקר המתמטי הטהור. אין זה אומר שהמתמט' בתת-התחומים הללו היא פחות חשובה, אלא שהמתמט' היא נושא כל תחום עיקרי. למשל, אם נתבונן במחקר המתמטי הטהור, עוסק במתמט' כנושא. מתמטיקאים גם מלמדים מתמט', לכן חינוך מתמטי הוא תחום הפעולה שלהם. עם זאת, ישנו דבר מה בצד השני: העובדה שאנו מבצעים מחקר בחינוך המתמטי משמעותה שאנו עוסקים בבני אדם על כל מורכבותיהם, לכן כל דיסיפלינה ששמה את האדם במרכז רלוונטית אף היא לעיסוק זה. לא שהמתמט' אינה חשובה, הרי ללא המתמט' במרכז לא היה חינוך מתמטי ולא מחקר חינוך מתמטי. רציתי רק להבהיר שלפעמים היתה לי ההרגשה שאיננו מדברים על אותו הדבר. מאחר וחינוך מתמטי אינו אותו הדבר כמו מחקר בחינוך מתמטי. למרות שלא היה קיים מחקר בחינוך מתמטי ללא חיוך מתמטי וללא המתמט' כנושא מרכזי.

 ברצוני לגעת במס' נק' שמייקל וטד העלו: ראשית אומר שמתמט' ולימוד המתמט' היו קיימים במשך אלפי שנים. אך מייקל אמר שמחקר בחינוך מתמטי הוא תחום חדש בפני עצמו- הייתי אומרת שזה נמשך כחצי מאה או אולי מעט יותר מכך, בתור תחום העומד בזכות עצמו. כעת אגע במס' נק': ראשית, מייטקל דיבר על הפגישה ברומא, שם הIMU מצא את הICME, היה מתמטיקאי מפורסם שאמר משהו בנוגע לזה. גם אני הייתי שותפה לחגיגות מאה השנים ואני כמו מייקל נדחיתי מעט ממה שאמרו עמיתי וזה שם אותי בעמדת מיעוט. היה עלי לפרוש מהIMU בה הנושאים החברתיים היו העיקריים. אינני סבורה שזה הגיוני שנסטה מהשורשים שלנו. אני מסכימה לחלוטין שהנושאים החברתיים הללו חשובים, וזו הסיבה לכך שבדיאגרמה המרובעת שלי, מתמט' נשארת במרכז. ללא המתמט' לא היה נשאר דבר. עם זאת, מחקר בחינוך מתמטי הוא תחום מבוסס כעת, יש לו את המחלוקות שלו והמגזינים שלו וגם סוג המחקרים שהוא מאמץ. כאשר מתמט' ולימוד המתמט' הינם בני אלפי שנים, מחקר בחינוך מתמטי הוא תופעה חדשה יחסית, והאוני' בהתאם מבססים תפקידי פרופסורה למקצוע זה. כאשר כתבתי על מחקר חינוך מתמטי שמאמץ אליו תחומי מדע ואמנות, אספר על כך בקרוב. כאשר מייקל וטד הגיבו למאמרי בZDM, קיבלתי את ההרגשה שדיברנו בעקיפין זה עם זה- הם דיברו על חינוך מתמטי כנושא המאמר שלהם, שהיה על חינוך מתמטי כנק' מבט כאשר מאמרי שלי היה על מחקר חינוך מתמטי המאמץ אליו אמנות ומדע. היה נתק. ברצוני לאמר שאני מסכימה לחלוטין שמחקר בחינוך המתמטי צריך להתמקד בלימוד ולמידת המתמט'. אכן, זהו נושא המחקר. אז מדוע אנו צריכים פסיכולוגיה, סוציולוגיה, פילוסופיה, בלשנות, אנתרופולוגיה, וכו'? הסיבה היא פשוטה- חינוך מתמטי עוסק באנשים על כל מורכבויותיהם, לכן כל דיסיפלינה שמערבת אנשים היא רלוונטית לתחום. בנוסף, כתגובה לרעיון שחינוך מתמטי צריך להשתייך למחלקות המתמט' באוני', אני מסכימה עם זה לחלוטין. היתה לי הזכות לראות את 2 האפשרויות: במשך עשור הייתי במחלקה לתוכניות לימוד והוראה באוני' פלורידה, ואח"כ במשך עשור הייתי במחחלקה למתמט' באוני' אילינוי יחד עם קן. אני רואה את הניגוד ומסכימה לחלוטין שהחזקת החינוך המתמטי במחלקה למתמט' יוצרת מצב בו 2 הצדדים מרוויחים- החינוך המתמטי והמתמטיקאים בעבודתם. אבחן מס' נושאים, יש לי פה 13 שקופיות, כל אחת מהן על נושא אחר. ברצוני לעסוק בשבדיה, מאחר והייתי מעורבת שם בביסוס המחקר בחינוך מתמטי. שיטות מחקר קפדניות, איכות וכמות טד הזכיר מעט את המתודות בהן אנו משתמשים, הרשמה ללימודי מתמט', אני סבורה שזה רלוונטי וזה גם עונה לטד באחת מהנק' שציין, ערכים ואסתטיקה ולבסוף מה מתמטיקאים וחוקרי חינוך מתמטי תורמים זה לתחומו של השני. אתחיל במקרה של שבדיה: היתה לי הזכות להיות מעורבת, החל מ1990, במחקר הPHD של אנדרס אונקרס באוני' לולואו בצפון שבדיה. נקראתי לשם כחוקרת מחקר מתמטי כי המפקח שלו שהיה מתמטיקאי, הבין את הערך שאנדרס מנסה להשיג בעבודתו. לא היו אנשים במחלקה שלהם שהיה להם הניסיון לפקח על מחקר בחינוך מתמטי, שנדרש לצורך עבודתו של אנדרס. לפני שהורשה לאנדרס לבצע את מחקרו, היה עליו להוכיח מתמטית את טענותיו. לכן כלולים בעבודת הPHD שלו מאמרים על מרחבי דה-ריז'לה וכו'. הוא הוכיח שהוא מכיר את המתמט', ואח"כ הוא רצה ללמד את אחד מקורסי המתמט' למהנדסים בצורה שונה מהדרך בה הקורסים האחרים נלמדים- אני חושבת שהיו 5 או 6 מחלקות של הקורס הזה. הוא רצה לקבץ את תלמידיהם לקב' של 4 תלמידים כל אחת, לאמר להם מראש באיזה נושא כל פגישה, ואח"כ הוא לא יאצה להם- הם נדרשו לבדוק מראש במה עוסקת כל פגישה ולדבר בקב' הקטנות על הנושא בכל פעם. עבודתי היתה להראות לאנדרס שמחקר זה, למרות שאינו כמותי בהיבט הכיתתי, הוא לא השתמש במידע כמותי אלא באנליזה חוקרת. השיטות המחקריות היו מבוססות היטב, האמינות שלהן היו ידועות היטב. ב1990 שיטות איכותניות נעשו טובות יותר כתחום- אין זה שאין שיטות מחקר קפדניות במחקר איכותני, יש להן. אנדרס לא הבין בהתחלה שעליו להשיג ראיה לכל אחת מטענותיו. לא היה לדבר על אנקדוטות ועל מה שעבד עבור תלמידיו, מה שקרה הוא שהשתמשנו ב"שיטת המשולש" החלק האיכותני במחקרו דרש שיהיו לנו 3 שיטות איסוף מידע, שנלקחו מהתחומים ההומניים, ממחקרים על "קייס-סטדיס", כך שיכולנו לצפות בכיתה, יכולנו לראיין תלמידים מסויימים, יכולנו להשתמש בעבודתם הכתובה כמוצגים. אם הראיות מ3 מקורות אלו היו עקביות, יכולנו להראות אמינות טובה יותר לטענותינו. היו לנו צורות לשיטות משולש אחרות: תיאורטיות, בחינת מידע מ3 מקורות תיאורטים, למשל, או צורוץ אחרות. שיטות אלו אף הן נלקחו ממדעי החברה, ולא רק זה- היתה גם את שאלת הצורות האחרות של מדעי החברה\הומאניים, כמו למשל מאנתרופולוגיה- היא תחום מבוסס היטב, בה יש לך מודיע מרכזי, שיטות רבות ממדעי החברה ניתנות לשימוש בדרך בה מגיעים לא רק לאנקדוטות אלא גם למחקר קפדני. בסופו של דבר, במחקר חינוך מתמטי, דבר שאינו סטטיסטי, לא נחשב למחקר קפדני. בשנות ה80 ייתכן שהקצינו לצד השני, בצורת מחקרים איכותניים. כיום שימוש בערבוביה של המתודות השונות הוא נפוץ יותר. הבנו שצורות אלו משרתות מטרות שונות, כולן בעלות ערך וכולן מעניקות תמונה כוללת של התופעה אותה אנו בוחנים. כדי לדבר על מחקרו של אנדרס- למרבה הצער הוא עשה מחקר נהדר אך לא חי מספיק כדי לראות את פירות עמלו. הוא אולי היה הפרופ' הראשון למחקר בחינוך מתמטי בשבדיה, אך כאשר בחרנו פרופ' לתחום זה באוני' לולואו, אנדרס כבר לא היה עימנו.

עם זאת, הייתה תכנית שבדית לאומית באותו הזמן, ברצוני לציין זאת לזכות ברנדל וחוקרים שבדים אחרים שראו שזה חיוני לחנך ליבה של אנשים להיות חוקרי חינוך מתמטי לעתיד שיוכלו להשתמש בשיטות המחקר הקפדניות שפותחו ולהיות המנהיגים של מחלקות שהתחילו ליצור משרות של פרופסורה למחקר בחינוך מתמטי. דיברתי מעט על השיטות האיכותניות והמתודות המעורבות, בכל המחקרים הללו, שאלת המחקר היא שקובעת את המתודה שישתמשו בה. זה מגיע מעבר לגבולות המתמט' והחינוך המתמטי, זה לא היה מתקיים לא החינוך המתמטי והמתמט', זו הסיבה ששמתי את את האליפסות בדיאגרמה בצורה זו, כמו בבושקות. אין זה שהתחום באליפסות הללו מראה על חשיבותן, אלא מה שטד דיבר עליו- כאן אני לוקחת את תת הנושא להיות הנושא של המע' הכוללת. לא יכולנו לומר שמחקר בחינוך מתמטי הוא ענף של מתמט' יישומית, למשל. זה רחב יותר, ומתמט' היא נושאו של המחקר, או לחילופין חינוך מתמטי הוא הנושא. ישנם 3 תתי נושאים בתחום המחקר בחינוך המתמטי. זו הסיבה בגלה אנו זקוקים להשתמש בדיסיפלינות אחרות ושיטות מחקר קפדניות שנלקחות מהן- כמו מדעי החברה, במחקרים שאנו מבצעים בחינוך המתמטי. זאת מאחר שאנו עוסקים באנשים על כל מורכבויותיהם. ברצוני לדבר מעט על הרשמה ללימודי חינוך מתמטי- המגזין.

כדי להבהיר את מה שברצוני לומר, זוהי הצהרת מטרתו של המגזין, זה מה שאמר פרוידנטל ב1960. מחקרים בחינוך מתמטי מראים רעיונות ופיתוחים חדשים שנחשבים לחשובים ביותר עבור אלו שעובדים בתחום החינוך המתמטי. נראה כי גם השונות הגדולה במחקרים הללו ומגוון השיטות בהן משתמשים, עוסקות בנושאים פדגוגיים במקום בנושאים העוסקים בשיטות הוראה ספיציפיות למתמט'. לפי הצהרת כוונות זאת, מגזין זה עוסק בחינוך ומחקר, חייב להיכלל בו מחקר ומתמט', אך לא מתמט' כפי שהיא, ישנם מגזינים המפרסמים תוצאות מחקרים מתמטיים. חייבים להכלל בו כל 3 הES&M. במובנים מסויימים, צריך להיות חינוך כנושא המרכזי, חייבת להיות צורת מחקר כלשהי כשיטה, וחייבת להיכלל מתמט' בהקשר זה. טומי, כעורך ראשי של מחקר מתמט' חינוכית לשעבר, יתמוך בי כאשר אומר שישנם פעמים בהן המגזין אינו מקיף את כל 3 הES&M. לעיתים, יש להזכיר לכותבי המאמרים שחיוני לכלול זאת וגם רכיבי מתמט' אך לא מתמט' כפי שהיא. החינוך המתמטי הוא חיוני. לאחרונה יצאה מהדורה כפולה שכוללת תיאוריות בנות זמנינו בחינוך מתמטי, והעורכים-אורחים, טוני בראון ומרגרט ברדשואו, עשו עבודה טובה בבידוד מחקרים מעניינים שהם חשבו כתיאוריות עכשוויות לגבי מחקרים. הייתי העורכת-צל מאחורי מהדורה זו.

לעיתים קרובות העורכים נזקקו לתזכורת שעל המאמרים לעסוק בחינוך המתמטי כדי להיכלל במגזין. לא מתמט' כפי שהיא, אלא רכיבים הקשורים לכל 3 הES&M. מצד שני, ואני יודעת שטוני יגבה אותי, לעיתים מתמטיקאים כותבים למגזין על מחקרם במתמט' טהורה, וכן הE חסרה: אין רכיב חינוכי. זה מראה את ההבדל בין הרכיבים השונים בדיאגרמה שלי- אם לא נכלול את כולם, נדבר בעקיפין זה עם זה ולא על אותו הנושא. כמובן שהמתמט' היא מרכזית, ההיבטים האחרים לא היו קיימים לולא הרכיב הזה של המתמט'. ברצוני לדבר מעט על ערכים ואסתטיקה, כי הויזואליזציה שמייקל הציג נוגעת לליבי גם כן. אני חושבת שכאן ישנו בסיס משותף למתמטיקאים ולחוקרי חינוך מתמטי. רבים מהמחקרים המוקדמים בויזו' בתחומינו מוצגים פה- טד וטומי ואף קלמנס מוצג כאן. בעבודתי של על ויזו' היה רכיב מעניין מאוד של הקריירה המקצועית שלי. הדבר המעניין הוא שאולי יש לנו משימה מתמטית שמוצגת, וייתכן שמורה יתעקש על דרך ביצוע מסויימת, אך ישנן העדפות אינדיבודיאליות, ובעבודת הדוקטורט שלי הרחק ב1980, אדבר על כך יותק בהמשך, יהיה לנו דיון ויזו', אך מה שאני רוצה לומר כאן שההדעפות לויזו' מתפלגות נורמלית. מתברר כי באוכ' הכללית ישנם אנשים שתמיד משתמשים בויזו', אדבר על כך יותר אח"כ. מתברר שישנם אנשים שלעיתים נדירות חשים צורך להשתמש בויזו', אך עבור רובינו זה נמצא איפשהו באמצע. המשימה עצמה והאקלים החברתי בכיתה, כולל מה שהמורה תופס כשיטות מוסכמות אף הן חלק מכך. ישנן העדפות אינדיבידואלליות. אי החשק לויזו' שטומי וטד כתבו אודותיו הוא שאלה מורכבת, והאינטראקציה עם הכיתה והמורה כלול בה. למעשה, לא מצאתי אף לא אחד שלא רצה להשתמש בויזו' בין 64 הנבדקים במחקרי. הם היו אלו שהעדיפו את השיטות הויזו'. זה ניכר במחקרי מאז ועד פרישתי לגימלאות, כלי העבודה שלימדתי את תלמידי באוני' אילינוי, תמיד היתה התפלגות גאוסיאנית, אין זה מספיק שתלמידים אינם ששים להשתמש בויזו', ישנה אינטראקציה עם הלימוד. נושאים כאלו חורגים מעבר למתמט' עצמה ומעבר ללימוד עצמו, הם כוללים את העניין של הפרט, נטיותיו, העדפותיו ודרכי המחשבה שלו, כמו גם מגוון הדברים האחרים שכלולים בחינוך מתמטיים. כל ההיבטים הקשורים לדרכי הלימוד האנושיות הם רלוונטיים למחקרים מסוג זה. לבסוף תרומות לתחומם השונים: אני שמחה מאוד שמייקל וטד חושבים שהתרומה היא דו-כיוונית, במחלקה למתמט' שיש בה את 2 התחומים ישנה הפריווילגיה להנות מ2 התרחישים.

 במשך 10 שנים הייתי במחלקה לתוכנית לימוד והוראה בפלורידה ובמשך עשר נוסף הייתי במחלקה למתמט' באוני' אילינוי. אהבתי להיות במחלקה למתמט'. היו 15 מתמטיקאים ו15 מחנכים למתמט' כאשר התחלתי. המתמטיקאים עסקו בדיבורים על מתמט' דיסקרטית בכל שבוע והגעתי לשיחות אלו. כך למדתי רבות אודות מתמט'. הגעתי מרקע מתמטי והיה עלי, בתור התחלה, בראיונות לאוני' אילינוי, בארה"ב יש 2 ימי ראיונות ונפגשים עם 2 קב' שונות במחלקה ובאוני', כאשר היה זה תורי לפגוש את המתמטיקאים במחלקה, הם שאלו אותי מה אני יכולה לתרום לתחום שלהם, כיצד אוכל לעזור להם במחלקה. חשבתי לספר להם על שלבי ואן הילו להתפתחות בגיאומטריה. הם התפתחו ע"י ואן הילו ואישתו דינה ואן הילו בהולנד ב1960 והם תורגמו לאנגלית בנות ה70. תיאוריה זו היתה משפיעה למדי ועזרה ללימודים בביה"ס היסודי בגיאומטירה. הסברת התיאוריה למתמטיקאים שלאחר מכן הפכו לקולגות שלי, עזרה לשכנע אותם שיש בכך ערך ללמידת הגיאומטריה במקרה זה. נשכרתי לעבודה. ההיבט כולו, הרקע שלי לא כלל תואר במתמט' אלא תואר של כבוד שכלל 5 קורסים, אנליזת פונ', תיאוריית המדידה, אלגברה מודרנית, טופולוגיה, והיה עלינו לקרוא את הנושאים הללו בשפה זרה. היה לי גיאומטריה היטלית בגרמנית. למרות שלא למדתי את התואר השני שנדרש ממני, עדיין הפכתי למורה במחלקה למתמט'. אהבתי ללמד ומביוחד את הקולגות לגיאומטריה, שחלקם עסקו בגיאו' אוקלידית וחלקם בגיאו' לא אוקלידית. אני מסכימה לחלוטין שהתרחיש הטוב ביותר הוא שהמחקר בחינוך המתמטי יהיה במחלקה למתמט' באוני'. זה נחוץ למתמטיקאים ולחוקרים בחינוך מתמטי- כולנו מחנכים למתמט', אך המחקר הוא שונה- וזה נחוץ שנבין זה את זה ומהיכן אנו באים. ישנו יופי שונה במתמט' באמנות ובמדע. זו הסיבה לכך שכתבתי על "הגעה הביתה" עבור המחקר החינוך המתמטי. במקור רציתי להיות פיזיקאית גרעינית, אך התברר שהיה בי צד אמנותי מידי. ביצוע מחקר בחינוך מתמטי כולל את היופי שבמתמט' עצמה וגם את כל מה שקשור ללהיות אדם, הצד החברתי וההומני. זו היתה הסיבה שבשבילי היה זה כמו להגיע הביתה בעבודתי במחקר בחינוך מתמטי. רציתי לסיים באומרי ש"הגעתי הביתה" ביופיה של המתמט' כפי שהיא מתקשרת לכך, והנה ציטוט מאליוט: רק בסתיו יכול היופי והמרקם להגיע לאבן. כפי שהיא זזה בהתמדה בקשיחות שלה. (לא תרגמתי את זה טב כ"כ, קשה להעביר לעברית). אני מקווה שהכנס הזה יהיה מלא באינטראקציות שיעזרו לנו כמחנכים למתמט', חוקרי חינוך מתמטי ומתמטיקאים להגיע לדיונים פוריים ומסקנות בעצם היותינו יחדיו. תודה רבה.

מנחה- ברצוני להודות למייקל, טד ונורמה. אני חושב שיש קפה בחוץ. נתחיל את הפאנל בעוד 25 דק'.