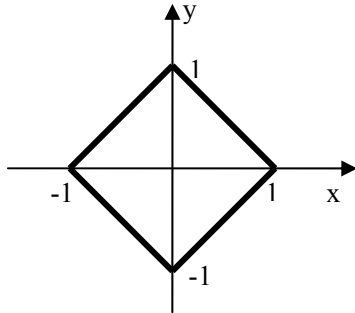


תורת הסתברות 1

201-10131

תרגול 11

1. X_1 ו- X_2 מ"מים בלתי תלויים בעלי אותה פונקציית צפיפות: $f(x) = ax^{a-1}$ עבור $0 < x < 1$, ו-0, אחרת.



מצא את פונקציית התפלגות המצטברת של $Z = X_1 X_2$

2. נתונה פונקציית הצפיפות המשותפת

שהיא קבועה $f_{X,Y}(x,y) = c$ על פני הריבוע $|x| + |y| \leq 1$:

ו- $f_{X,Y}(x,y) = 0$ אחרת. מצא את $V(X)$, $E(X)$, $f_X(x)$.

3. יהיו $X \sim N(0, \sigma^2)$ ובלתי תלויים. מצא את פונקציית התפלגות המצטברת של

$$Z = X^2 + Y^2$$

4. נסתכל בניסוי הדו-שלבי הבא: בשלב הראשון נקודה X נבחרת באופן מקרי בקטע $(0,1)$. כאשר $X = x$

בשלב הראשון, אזי בשלב השני נקודה Y נבחרת באופן מקרי בקטע $(0,x)$.

כלומר, $f_{Y/X}(y/x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & 0 < y \leq x \\ 0, & \text{else} \end{cases}$ לכל $0 < x < 1$. (א) מצא את ההסתברות שהמרחק בין X ו- Y לא יעלה על t

(כאשר $0 < t < 1$). (ב) מצא את ההסתברות של המאורע " $Y < 1/4$ ".

5. מהקבוצה $\{1, 2, \dots, n\}$ בוחרים מספרים אחד אחרי השני עם החזרה עד אשר ידגימו את כל המספרים

הנמצאים בקבוצה. מצא תוחלת של מספר הדגימות הנדרש.

6. נתונה פונקציית הצפיפות המשותפת $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2, & x > 0, y > 0, x+y < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$. מצא את $Cov(X,Y)$.

7. נתונות שתי חפיסות קלפים, בכל אחת n קלפים ממוספרים מ-1 עד- n . חפיסה אחת מסודרת בשורה לפי

סדר עולה וחפיסה השנייה מסודרת באופן מקרי מתחת לחפיסה הראשונה. יהי X מספר ההתלכדויות. מצא את

$$V(X), E(X)$$

8. יהי $X_i \sim U(0,1)$ לכל $i = 1, 2, \dots, 10$ ונניח שכל ה- X_i ים בלתי תלויים. חשב בקירוב את $P\{\sum_{i=1}^{10} X_i > 6\}$.

9. בית חרושת מייצר 10,000 כדורי פלדה ביום. בהסתברות 0.05 בכדור יש פגם. הכדורים ממוינים. מה

צריכה להיות קיבולת של המיכל המכילה כל הכדורים הפגומים, כדי להבטיח בהסתברות 0.99 לפחות שהמיכל יוכל

להכיל את כל הכדורים הפגומים הנוצרים ביום אחד?

תשובות 11

1. $F_Z(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t^a(1 - a \ln t), & 0 \leq t < 1 \\ 1, & 1 \leq t \end{cases}$. 2. $f_X(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$. 3. $1/6, 0$.

4. $F_Y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-t/2\sigma^2}, & 0 \leq t \end{cases}$. 5. $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln 2$ (ב) $F_Z(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t - \ln t, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & 1 \leq t \end{cases}$. 6. $n \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right)$.

7. $1, 1.7 - \frac{1}{36}$. 8. 0.14 . 9. 551 .