

תורת הסתברות 1

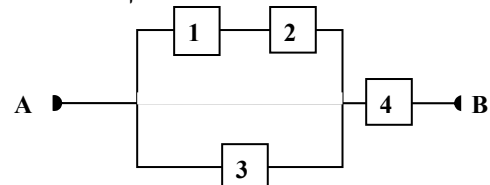
201-10131

תרגול 12

1. ציונים במבחן מפולגים נורמלית עם תוחלת 75 ושונות 25. כמה סטודנטים יש להבחין כדי להבטיח ציון הממוצע במדגם בין 70 ועד ל-80 בהסתברות 0.9 לפחות?
2. יהיו X_1, X_2, \dots, X_{100} מ"מים בלתי תלויים שווי פילוג בעלי תוחלת 3 ושונות 64. מצא בקירוב את

$$P\{\bar{X}_{100} \geq 2\}, \text{ כאשר } \bar{X}_{100} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^n X_i.$$

3. משקל ביצה מפולג נורמלית עם תוחלת 60 גרם וסטית תקן 10 גרם. ביצה שמשקלה מתחת ל-55 גרם מסווגת כביצה מספר 3. ביום מסוים נאספו בלול 100 ביצים. מצא את ההסתברות שנוכל למלא תבנית אחת לפחות (בתבנית יש 30 תאים) של ביצים מספר 3.
4. במפעל יש שתי מכונות המייצרות נורות חשמל. מכונה א' מייצרת 30% ומכונה ב' מייצרת 70% מתוצרת המפעל. ההסתברות לייצור נורה פגומה היא 0.1 עבור מכונה א' ו-0.15 עבור מכונה ב'. אורך החיים (בשנים) של נורה תקינה מפולג מעריכית עם פרמטר 0.8 עבור תוצרת של מכונה א' ו-0.5 עבור תוצרת של מכונה ב'.
(א) נבחרת נורה אחת באופן מקרי. נסמן ב- X את אורך חייה (אם הנורה פגומה, אז $X = 0$). מצא את פונקציית התפלגות המצטברת של מ"מ X .
(ב) מהי ההסתברות שנורה מתוצרת מכונה א' תעבוד יותר משנה אחת, אם ידוע שהיא עבדה קבר במשך חצי שנה?
(ג) נבחרו 4 נורות מתוצרת המפעל. הן מחוברות במעגל הבא:



- מצא את ההסתברות שהמעגל יעבוד יותר משנה.
(ד) נבחרו 200 נורות מתוצרת המפעל מצא את ההסתברות שבתוכן יש לכל היותר 25 נורות פגומות (השתמש בקירוב נורמלי).

5. זמן החיים (בימים) של רכיב מסוג מסוים הוא משתנה מקרי, שפונקציית הצפיפות שלו נתונה על ידי $f(x) = \begin{cases} 2x & x \in [0,1] \\ 0 & x \notin [0,1] \end{cases}$. בהתקלקל רכיב, מחליפים אותו מייד ברכיב אחר מאותו סוג. כמה רכיבים יש להחזיק במלאי, אם רוצים להיות בטוחים ב-90% בערך שהמלאי יספיק ל-35 ימים לפחות?
6. מטילים n מטבעות סימטריים ומסכמים את כל המטבעות בהן יצא פלי. עתה, מבצעים סבב שני של הטלות ומטילים את כל המטבעות שנשארו. נסמן ב- X את מספר העצים שהתקבלו בסבב ההטלות השני. מצא $E(X)$.
7. מטילים קובייה סימטרית שוב ושוב. יהיו X - מספר ההטלות עד שלראשונה יתקבל 6. Y - מספר ההטלות עד אשר לראשונה יתקבל מספר זוגי קטן מ-6. (א) מצא פונקציית הסתברות משותפת של (X, Y) (ב) חשב $P\{X + Y = 4\}$. (ג) מהי התפלגות $W = \min(X, Y)$? חשב $E(W), V(W)$.

תרגול 12. תשובות

$$F_x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - 0.27e^{-0.8t} - 0.595e^{-0.5t}, & 0 \leq t \end{cases} \quad (\text{א}) \quad 4 \quad 0.573 \quad 3 \quad 0.89 \quad 2 \quad n \geq 3 \quad 1$$

$$; k < l, P\{X = k, Y = l\} = \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \left(\frac{2}{3}\right)^{l-k-1} \frac{1}{18} \quad (\text{א}) \quad 7 \quad \frac{n}{4} \quad 6 \quad 56 \quad 5$$

$$. E(W) = 2, V(W) = 2, W \sim G(1/2) \quad . k = l, 0; k > l, P\{X = k, Y = l\} = \left(\frac{1}{2}\right)^{l-1} \left(\frac{5}{6}\right)^{k-l-1} \frac{1}{18}$$