

תורת הסתברות 1

201-10131

תרגול 5

1. כד מכיל N כדורים לבנים ו- M כדורים שחורים. מוציאים מהכד באקראי כדור אחר כדור עד שמתקבל כדור שחור. אם הבחירה היא עם החזרה, מהי ההסתברות שיידרשו לכך (א) בדיוק n הוצאות כדור (ב) לפחות k הוצאות כדור (ג) מספר זוגי של הוצאות כדור.
2. מרכזת טלפונית מקבלת במוצע 20 שיחות בינעירוניות במשך שעה אחת. מצא את ההסתברות שלא יהיו שיחות בינעירוניות במשך 5 דקות (מספר השיחות הוא זרם פואסוני).
3. מספר אנשים X הפונים ללשכת המידע במשך שעה אחת מתפלג פואסוני עם פרמטר λ (כ) חשב $P(3 < X < 5)$.
4. במניית חלקיקי α נמנים במשך 10000 שניות 2500 חלקיקים במוצע. מצא את ההסתברות שלפחות 3 חלקיקים ייספרו במשך 10 שניות. (מספר חלקיקי α הוא זרם פואסוני).
5. נתונה פונקציית צפיפות של מ"מ $X: f(x) = k(x+3)$, אם $2 < x < 8$, ו- $f(x) = 0$ אחרת. (א) מצא את k (ב) חשב $P(3 < X < 5)$.
6. נתונה פונקציית צפיפות של מ"מ $X: f(x) = cx^2$, אם $0 < x < 5$, ו-0 אחרת. (א) מצא את c (ב) מצא את k כך ש- $P(X < k) = 1/3$ (ג) מצא את פונקציית ההתפלגות של מ"מ X .
7. מצא את a כך שפונקציית $f(x) = a|x|e^{-x^2}$, $-\infty < x < \infty$, תהיה פונקציית צפיפות.
8. אורך חיי נורה (בשעות) X מפולג לפי פונקציית הצפיפות: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1000}e^{-x/1000}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$. (א) מצא את פונקציית ההתפלגות של מ"מ X . (ב) מצא את ההנורה תחיה בין 800 ל-1200 שעות.
9. תהיה A נקודה הנבחרת באופן מקרי ואחיד בקטע $[0,1]$ ומחלקת אותו לשני חלקים $[0,A]$ ו- $[A,1]$. נסמן ב- X את אורכו של חלק הקטן ביותר. מצא את פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי X .
10. על מעגל עם רדיוס 1 נמצאות שתי נקודות שאחת קבועה והשנייה מפולגת באופן מקרי ואחיד בכל המעגל. נסמן ב- X את אורכו של מיתר המחבר שתי נקודות אלה. מצא את פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי X .
11. אורך חיי מנוע (בשעות) מפולג מעריכית עם פרמטר λ . M מנועים דלוקים במשך $1/\lambda$ שעות. מצא את ההסתברות שאף מנוע לא יתקלקל.
12. בבית חרושת שלוש מכונות. A מייצרת 10% מהתוצר הכולל ופוגמת ב-4% מן המוצרים. B מייצרת 60% ופוגמת ב-7% ומכונה C מייצרת 30% ופוגמת ב-5%. בהוצאה מקרית של מוצר: (א) מה ההסתברות שהוא פגום? (ב) אם המוצר פגום, מה ההסתברות שהוא הוצא ממכונה A ? (ג) אם המוצר פגום, מה ההסתברות שלא הוצא ממכונה C ?

תרגול 5. תשובות

1. (א) $\frac{M \cdot N^{n-1}}{(M+N)^n}$ (ב) $\left(\frac{N}{M+N}\right)^{k-1}$ (ג) $\frac{N}{M+2N}$ 2. $e^{-5/3}$ 3. $P(Y=k) = e^{-\lambda q} \frac{(\lambda q)^k}{k!}$, $k=0,1,\dots$
4. 0.456 5. (א) $1/48$ (ב) $7/24$ 6. (א) $3/125$ (ב) $5/\sqrt[3]{3}$ (ג) $t^3/125$, $0 \leq t \leq 5$ 7. (א) $F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-t/1000}, & t \geq 0 \end{cases}$ 8. $X \sim U\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 9. 0.148 (ב) 10. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2/4}}, & x \in [0,2] \\ 0, & x \notin [0,2] \end{cases}$ 11. e^{-M} 12. (א) 0.061 (ב) $\frac{4}{61}$ (ג) $\frac{46}{61}$