

## תורת הסתברות 1

201-10131

### תרגול 8

1. קופסה מכילה שלושה קלפים המסומנים ב-1,2,3 אשר נשלפים בסדר ללא החזרה. יהי  $X$  מ"מ השווה למספר ההתאמות בין סימני הקלפים ומקומם בתור ההופעה. מצא את פונקציית ההסתברות ואת פונקציית ההתפלגות המצטברת של מ"מ  $X$ . מצא את  $E(X)$ ,  $V(X)$ .

2. קופסה מכילה  $N$  קלפים המסומנים ב- $1,2,\dots,N$ . בהתחלה אברהם מוציא קלף אחד ומקבל אותו מספר שקלים שמוסמן בקלף. יצחק מוציא קלף שני באותם תנאים. מי מהם יזכה יותר בממוצע?

3. כל אחת מ- $n$  חיות יכולה לחלות בהסתברות  $p$  ללא תלות בחיות האחרות. כדי לגלות את החיה החולה נעשה ניסיון בצורה הבאה: בשלב הראשון נלקח מדגם דם מכל חיה, כל המדגמים מעורבים יחד בכלי אחד והמדגם המעורב נבדק. אם לא נגלה מחלה, אז מפסיקים את הניסוי. אם מחלה נתגלה, אז מכל חיה שוב לוקחים מדגם דם ובודקים אחד אחד. מהו המספר הממוצע של בדיקות דם?

4. מ"מ  $X$  בעל פונקציית הצפיפות הבאה:  $f(x) = \begin{cases} c(a+x) & , -a \leq x \leq 0 \\ c(a-x) & , 0 < x \leq a \\ 0 & , \text{else} \end{cases}$ . מצא את  $c$  ואת פונקציית ההתפלגות המצטברת של מ"מ  $X$ . מצא את  $E(X)$ ,  $V(X)$ .

5. מ"מ  $X$  בעל פונקציית הצפיפות הבאה:  $f(x) = a(2e^{-x} + 3e^{-2x})$ , כאשר  $x \geq 0$  ו- $f(x) = 0$  כאשר  $x < 0$ . מצא את  $a$ ,  $E(X)$  ו- $V(X)$ .

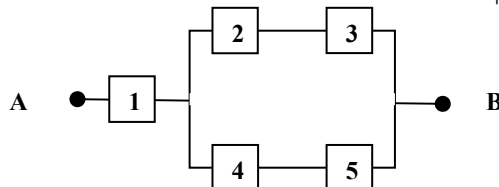
6. מ"מ  $X$  בעל פונקציית הצפיפות הבאה:  $f(x) = a(2e^{-x^2} + 3e^{-2x^2})$  לכל  $x$ . מצא את  $a$ ,  $E(X)$  ו- $V(X)$ .

7. מתרגול 6: (א) מצא את התוחלת של מ"מ  $Y$  משאלה 10 (ב) ואת התוחלת של זמן ההמתנה ברמזור משאלה 11.

8. גובהו של בן אדם מפולג נורמלית עם ממוצע של 170 ס"מ וסטיית-תקן של 10 ס"מ. מהו מספר הממוצע של האנשים אשר יעברו על פני המשגיח עד אשר יעבור אדם בעל גובה העולה על 190 ס"מ?

9. מתרגול 7: (א) מצא את  $E(X_{AB})$  משאלה 4. (ב) מצא את  $E(Y)$ ,  $E(Z)$  משאלה 5, (ג) בעזרת (ב) חשב את  $V(Y)$ .

10. נתונה מערכת אלקטרונית לפי קונפיגורציה הבאה



זמן החיים בשעות של כל אחד מהאלמנטים 2,3,4,5 הוא מ"מ מעריכי עם פרמטר  $\lambda = 1$ . האלמנט 1 עובד שעה אחת בדיוק ואחר-כך לא עובד בכלל. כל האלמנטים בלתי תלויים. נסמן ב- $X_{AB}$  זמן החיים של המערכת AB.

(א) מצא את פונקציית ההתפלגות המצטברת של מ"מ  $X_{AB}$ . (ב) חשב את התוחלת  $E(X_{AB})$ .

### תרגול 8. תשובות

1.  $F_x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/3, & 0 \leq t < 1 \\ 5/6, & 1 \leq t < 3 \\ 1, & t \geq 3 \end{cases}$  . 2.  $E(X) = 1, V(X) = 1$  . 3.  $1 + n(1 - (1 - p)^n)$

4.  $V(X) = a^2/6, E(X) = 0, c = 1/a^2$  . 5.  $V(X) = 145/196, E(X) = 11/14, a = 2/7$

6.  $V(X) = \frac{8+3\sqrt{2}}{4(4+3\sqrt{2})}, E(X) = 0$  . 7. (א)  $5/8$  (ב)  $1/4$  . 8. 43 . 9. (א)  $1 - e^{-2} - \frac{1}{4}e^{-4}$  (ב)

10. (א)  $V(Y) = \frac{5}{12}$  (ג)  $E(Z) = \frac{17}{12}, E(Y) = 1$  (ב)  $F_{X_{AB}}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ (1 - e^{-2t})^2, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & t \geq 1 \end{cases}$