

אלגברה וקטורית

תרגילים:

1. הבע את הוקטורים הבאים כמכפלה של סקלר בוקטור יחידה (וקטור באורך אחד בכיוון הוקטור הנתון):
 $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 9\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$
2. חשב את הוקטור $\overrightarrow{P_1P_2}$ ואת האורכו $|\overrightarrow{P_1P_2}|$ עבור הנקודות הבאות:
 $P_1(3,4,5)$, $P_2(2,3,4)$ (ב) , $P_1(-1,1,5)$, $P_2(2,5,0)$ (א)
3. יהיו $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 4$ ו- $\alpha = 120^\circ$ הזווית ביניהם. חשב:
 (א) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ (ב) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$ (ג) $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^2$ (ד) $(3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$
4. הוכח את הזהות
 א. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2 + |\mathbf{a} - \mathbf{b}|^2 = 2(|\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2)$
 ב. $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$, $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$
5. מצא וקטור יחידה במישור XY שהזווית שהוא יוצר עם וקטור $\mathbf{a} = (1,2,2)$ היא 60° .
6. חשב את ההיטל הסקלרי של וקטור $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ על וקטור $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 10\mathbf{j} - 1\mathbf{k}$ ובכך הבע את \mathbf{a} כסכום של שני וקטורים: האחד - \mathbf{a}_1 - מקביל ל- \mathbf{b} (היטל וקטורי של \mathbf{a} על \mathbf{b}) ושני - \mathbf{a}_2 - ניצב ל- \mathbf{b} (משלים של \mathbf{a} עד \mathbf{b}). מצא הזווית בין הווקטורים \mathbf{a} ו- \mathbf{b} .
7. נתון וקטור $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$. מצא וקטור \mathbf{b} אשר מקביל לוקטור \mathbf{a} ומקיים $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3$.
8. חשב את קוסינוסי הכיוון של $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$.
9. וקטור \mathbf{a} יוצר זווית 60° עם ציר ה-Y וזווית 120° עם ציר ה-Z. מהי הזווית שוקטור \mathbf{a} יוצר עם ציר ה-X?
10. נתונים הווקטורים $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$. מצא וקטור \mathbf{x} אשר מאונך לוקטורים \mathbf{a} ו- \mathbf{b} ומקיים $\mathbf{x} \cdot (2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}) = -6$.
11. נתונים וקטורים $\mathbf{a} = 5\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -15\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$. איזה מבין וקטורים מאונכים אחד לשני ואיזה מקבילים?
12. חשב את שטח המשולש ABC כאשר $A(3,6,4)$, $B(4,2,-1)$, $C(2,3,5)$.
13. בדוק האם וקטורים הבאים קומפלנריים:
 (א) $\mathbf{a} = (2,1,-1)$, $\mathbf{b} = (1,-1,3)$, $\mathbf{c} = (1,9,-11)$ (ב) $\mathbf{a} = (3,-2,1)$, $\mathbf{b} = (2,1,2)$, $\mathbf{c} = (3,-1,-2)$

בהצלחה!

תשובות:

$$\mathbf{a} = 7\left(\frac{3}{7}\mathbf{i} - \frac{6}{7}\mathbf{j} + \frac{2}{7}\mathbf{k}\right); \quad \mathbf{b} = 11\left(\frac{9}{11}\mathbf{i} - \frac{2}{11}\mathbf{j} + \frac{6}{11}\mathbf{k}\right); \quad (1)$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = -\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}; \quad \left|\overrightarrow{P_1P_2}\right| = \sqrt{3} \quad (\text{ב}) \quad \overrightarrow{P_1P_2} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}; \quad \left|\overrightarrow{P_1P_2}\right| = \sqrt{50} \quad (\text{א}) \quad (2)$$

$$. \quad 43 \quad (\text{ד}) \quad 13 \quad (\text{ג}) \quad 9 \quad (\text{ב}) \quad 6 \quad (\text{א}) \quad (3)$$

$$\mathbf{e}_1 = \left(\frac{3}{10} + \frac{\sqrt{11}}{5}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{3}{5} + \frac{\sqrt{11}}{10}\right)\mathbf{j}; \quad \mathbf{e}_2 = \left(\frac{3}{10} - \frac{\sqrt{11}}{5}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{3}{5} - \frac{\sqrt{11}}{10}\right)\mathbf{j} \quad (5)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j} - \frac{1}{2}\mathbf{k} \quad (7) \quad \mathbf{a}_2 = \frac{1}{225}(446, 430, 452) \quad \mathbf{a}_1 = \frac{1}{225}(4, 20, -22); \quad \frac{2}{15} \quad (6)$$

$$\mathbf{x} = -2.2\mathbf{i} + 1.4\mathbf{j} - 0.2\mathbf{k} \quad (10) \quad \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4} \quad (9) \quad \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \quad (8)$$

$$. \quad \text{לא} \quad (\text{ב}); \quad \text{לא} \quad (\text{א}) \quad (13) \quad \frac{\sqrt{426}}{2} \quad (12) \quad \mathbf{a} \parallel \mathbf{c}; \quad \mathbf{b} \perp \mathbf{c}; \quad \mathbf{a} \perp \mathbf{b}. \quad (11)$$