

טורים כלליים

בדוק התכנסות של הטורים הבאים $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (בתנאי או בהחלט), כאשר

$$a_n = \frac{\sin\left(n + \frac{\pi}{3}\right)}{n - \ln^2(n+2)} \quad (3) \qquad a_n = \frac{\cos 2n}{\ln(\ln n)} \quad (2) \qquad a_n = \frac{\sin n}{3n+2} \quad (1)$$

$$a_n = \frac{(-1)^n n}{5^n - n^2} \quad (6) \qquad a_n = (-1)^n \left(\sqrt{n^2 + 3n - 1} - \sqrt{n^2 - 3n + 1}\right) \quad (5) \qquad a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} \quad (4)$$

$$a_n = (-1)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n} \quad (9) \qquad a_n = \frac{(-1)^n}{n^\alpha \ln^\beta n} \quad (8) \qquad a_n = (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad (7)$$

$$a_n = (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^\alpha \quad (11) \qquad a_n = (-1)^n \operatorname{tg}^p \frac{1}{n} \quad (10)$$

$$a_n = \frac{\ln^3 n \sin \frac{n\pi}{6}}{n} \quad (13) \qquad a_n = \frac{(-1)^n \cos^2 n}{\sqrt{n^q + 1}}, \quad q > 0 \quad (12)$$

טורי חזקות

מצא תחום התכנסות של הטורים הבאים :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{n!} x^{2n} \quad (3) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/3} x^{2n}}{n!} \quad (2) \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{\ln^4 n} \quad (1)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{a^{\sqrt{n}}} \quad (6) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{\sqrt{4^n (n^2 + 1)}} \quad (5) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n \quad (4)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{3^n + 2^n} \quad (8) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot \ln n} \quad (7)$$

תשובות:

(1) מתכנס בתנאי (2) מתכנס בתנאי (3) מתכנס בתנאי (4) מתבדר

(5) מתבדר (6) מתכנס בהחלט (7) מתכנס בתנאי

(8) $\alpha > 1$ או $\alpha = 1, \beta > 1$ מתכנס בהחלט, $\alpha = 1, \beta \leq 1$ מתכנס בתנאי

$0 < \alpha < 1$ או $\alpha = 0, \beta > 0$ מתכנס בתנאי, $\alpha = 0, \beta \leq 0$ או $\alpha < 0$ מתבדר

9 (מתכנס בהחלט $p > 1$ מתכנס בהחלט, $p \leq 1$ מתכנס בתנאי

11 ($\alpha > 0.5$ מתכנס בהחלט, $0 < \alpha \leq 0.5$ מתכנס בתנאי, $\alpha \leq 0$ מתבדר

12 ($q > 2$ מתכנס בהחלט, $q \leq 2$ מתכנס בתנאי 13 (מתכנס בתנאי

טורי חזקות

$$-1 \leq x \leq 1 \quad (1) \quad |x| < \infty \quad (2) \quad |x| < \frac{1}{\sqrt{e}} \quad (3) \quad |x| < \frac{1}{e} \quad (4)$$

$$|x| < 2 \quad (5) \quad |x| < 1 \Leftrightarrow a \leq 1, |x| \leq 1 \Leftrightarrow a > 1 \quad (6) \quad 0 \leq x < 2 \quad (7)$$

$$|x-2| < \sqrt{3} \quad (8)$$