

פונקציות של מספר משתנים

1. חשב נגזרות חלקיות :

(א) $z = \arctg \sqrt{xy}$ (ב) $z = \ln tg \frac{\sqrt{y}}{x}$ (ג) $z = (2x + y)^{x-y}$

(ד) $u = (2xy - y^2)^z$ (ה) $u = x^{y^z}$

2. (א) נתון $z = \frac{y}{x-2y}$, הראה, ש- $z_{,xy}'' = z_{,yx}''$

(ב) $z = \arctg \frac{y}{x}$, הראה ש- $u''_{xx} + u''_{yy} = 0$

3. $u = (xyz)^{\frac{xy}{z}}$, מצא u'_x, u'_y, u'_z עיני כלל שרשרת

4. $u = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{z}{y}}$, הראה ש- $xu'_x + yu'_y + zu'_z = 0$

5. $z = xy + x \cdot \phi\left(\frac{y}{x}\right)$, הראה ש- $xz'_x + yz'_y = xy + z$

6. $z = x \cdot \phi\left(\frac{y}{x}\right)$, הראה ש- $x^2 z''_{xx} + 2xy z''_{xy} + y^2 z''_{yy} = 0$

7. חשב $z'_y(0,0), z'_x(0,0)$

(א) $f(x) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

(ב) $f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot \sin y}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

8. בהנחה שקיימת פונקציה סתומה $z = f(x, y)$ בסביבת הנקודה (x_0, y_0, z_0) מצא נגזרות הנתונות :

(א) $z''_{xy}, z'_y, z'_x, x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

(ב) $z''_{xx}, z'_y, z'_x, x + y + z = \ln x(yz)$

9. הראה, שבסביבה של נקודה $M_0(x_0, y_0)$ קיימת פונקציה סתומה $z = f(x, y)$

(א) $M_0(1,1), x^2 + yx + y^2 = 3$

(ב) $M_0(2, \frac{1}{2}), xy + \ln xy = 1$