

אקסטרמום של פונקציות מספר משתנים

**תרגילים:**

מצא נקודות אקסטרמום מקומי של פונקציות הבאות:

1.  $z = xy^2(1 - x - y)$

2.  $z = x^3 + y^3 - 15xy$

3.  $z = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y \quad (x > 0, y > 0)$

4.  $z = e^{-x-y}(x^2 - 2y^2)$

5.  $z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$

6.  $(0 < x < \pi, 0 < y < \pi) \quad z = x + y + 4 \sin x \cdot \sin y$

7.  $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}, 0 < y < \frac{\pi}{2}\right) \quad z = \sin x + \cos y + \cos(x - y)$

8.  $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$

9.  $z = 3x^2y + y^3 - 18x - 30y$

10.  $u = xy + yz + zx$

11.  $u = x^2 - 2xy + 4y^2 + 6z^2 + 6yz - 6z$

12.  $u = \ln xy - z(x - y) - x^2 - y^2 + 2xy - y$

**תשובות:**

1)  $z_{\max} = z\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{64}$

2)  $z_{\min} = z(5, 5) = -125$

3)  $z_{\min} = z(4, 2) = 6$

4)  $z_{\max} = z(-4, -2) = 8e^{-2}$

5)  $z_{\min} = z(-2, 0) = e^{-1}$

6)  $z_{\min} = z\left(\frac{7\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right) \approx 7.397$

7)  $z_{\max} = z\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

8)  $z_{\min} = z(\sqrt{2}, -\sqrt{2}) = z(-\sqrt{2}, \sqrt{2}) = -8$

9)  $z_{\min} = z(1, 3), z_{\max} = z(-1, -3)$

(12) אין אקסטרמום

(11) נקודת מינימום (-1, -1, 1)

(10) אין אקסטרמום