

**תרגילים:**

**פונקציות של מספר משתנים**

III. גזירת פונקציה סתומה.

17. חשב  $\frac{d^2y}{dx^2}, \frac{dy}{dx}$  כאשר  $x^2 + 2xy - y^2 = a^2$ .

18. חשב  $\frac{dy}{dx}$  כאשר  $x^y = y^x$ .

19. חשב  $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial z}{\partial x}$  כאשר  $z^3 - 3xyz = a^2$ .

20. חשב  $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial z}{\partial x}$  כאשר  $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 0$ .

21. חשב  $z''_{xy}, z''_{yy}, z''_{xx}, z'_y, z'_x$  כאשר  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

IV. דיפרנציאל של פונקציה.

חשב את הדיפרנציאל השלם של הפונקציות הבאות:

23.  $u = x^2 y^3$     24.  $u = \sin^2 x + \cos^2 y$     25.  $u = \frac{1}{x^2 + y^2}$     26.  $u = xyz$

27.  $u = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$

28. חשב בקרוב:

(א)  $1.002 \cdot (2.003)^2 \cdot (3.004)^3$     (ב)  $\sin 32^\circ \cdot \tan 40^\circ$     (ג)  $\sqrt{1.02^3 + 1.97^3}$     (ד)  $\arctan \frac{1.01}{0.98}$

(1) רשום דיפרנציאל שלם של פונקציות הבאות:

(ב)  $z = (x+2)^y$

(א)  $z = \sqrt{x^2 + 4y^2}$

מצא דיפרנציאל שלם מסדר שני של פונקציות הקודמות.

(2) בדוק דיפרציאביליות בנקודה (0,0)

(א)  $f(x) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$

(ב)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$

(3) ע"י נוסחא של קירוב ליניארי מצא בקירוב ערכים הבאים :

$$\text{(א) } 1.02^{4.05} \quad \text{(ב) } \sqrt{8.04^2 + 6.03^2}$$

(4) הראה, שמשוואת המשיק לחרוט  $z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$  בנקודה  $(x_0, y_0, z_0)$  היא  $z \cdot z_0 = \frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2}$

(5) נתונות פונקציה  $z = xy^2 - \frac{x^2}{y}$  ונקודה  $M(2,1)$ . מצא

(א) משוואת מישור המשיק בנקודה  $M$

(ב) משוואת הישר המאונך למשיק בנקודה  $M$

(ג) נקודת חיתוך של ישר בסעיף ב' עם מישור  $xOy$

(ד) את המרחק בין מישור בסעיף ב' וישר  $oz$

(ה) את הגרדיאנט בנקודה  $M$

(ו) את הנגזרת המכוונת של  $z$  בנקודה  $M$  ובכיוון לראשית הצירים

(ז) מה הערך המקסימלי של הנגזרת המכוונת של  $z$  בנקודה  $M$ , לפי איזה כיוון יש את הערך

(6) נתונה פונקציה  $u = xy + z^2$ . מצא את המשוואה של מישור המשיק למשטח הרמה של  $u$  בנקודה

$$M(1, -1, 2)$$

(7) רשום דיפרנציאל שלם של פונקציות הבאות :

$$\text{(א) } z = \sqrt{x^2 + 4y^2} \quad \text{(ב) } z = (x+2)^y$$

מצא דיפרנציאל שלם מסדר שני של פונקציות הקודמות.

(8) בדוק דיפרציאביליות בנקודה  $(0,0)$

$$f(x) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases} \quad \text{(א)}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases} \quad \text{(ב)}$$

9) עי"י נוסחא של קירוב ליניארי מצא בקירוב ערכים הבאים:

$$\sqrt{8.04^2 + 6.03^2} \quad (\text{ב}) \quad 1.02^{4.05} \quad (\text{א})$$

$$\sin x + \frac{e^x + e^{-x}}{2} - 1 = 0 \quad \text{הוכח כי קיימת פתרון יחיד של משוואה}$$

$$z \cdot z_0 = \frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} \quad \text{היא בנקודה } (x_0, y_0, z_0) \quad z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \quad \text{לחרוט}$$

$$z = xy^2 - \frac{x^2}{y} \quad \text{נתונת פונקציה ונקודה } M(2,1) \quad \text{מצא}$$

א) משוואת מישור המשיק בנקודה  $M$

ב) משוואת הישר המאונך למשיק בנקודה  $M$

ג) נקודת חיתוך של ישר בסעיף ב' עם מישור  $xOy$

ד) את המרחק בין מישור בסעיף ב' וישר  $oz$

ה) את הגרדיאנט בנקודה  $M$

ו) את הנגזרת המכוונת של  $z$  בנקודה  $M$  ובכיוון לראשית הצירים

ז) מה הערך המקסימלי של הנגזרת המכוונת של  $z$  בנקודה  $M$ , לפי איזה כיוון יש את הערך

$$13) \quad \text{נתונה פונקציה } u = xy + z^2 \quad \text{מצא את המשוואה של מישור המשיק למשטח הרמה של } u \quad \text{בנקודה}$$

$$M(1, -1, 2)$$

### תשובות:

$$x = 2 + 3t, \quad y = 1 - 8t, \quad z = -2 + t \quad (\text{ב}) \quad 3x - 8y + z + 4 = 0 \quad (\text{א}) \quad .6$$

$$-3i + 8j, \quad 8.54 \quad (\text{ז}) \quad -0.89 \quad (\text{ו}) \quad -3i + 8j \quad (\text{ה}) \quad d = 2.22 \quad (\text{ד}) \quad (8, -15, 0) \quad (\text{ג})$$

$$x - y - 4z + 6 = 0 \quad .7$$