

אינטגרציה של פונקציות רבות משתנים

תרגילים:

1. חשב אינטגרל משולש $\iiint_T x dx dy dz$ כאשר T מוגבל ע"י מישורים $x=0, y=0, z=0, 3x+2y+z=6$

2. חשב נפח של T ע"י אינטגרל משולש:

א) T מוגבל ע"י מישורים $x=0, y=0, z=0, 2x+3y+6z=12$

ב) T מוגבל ע"י מישורים $y=0, y=z+2$ וגליל $4x^2+z^2=4$

ג) T מוגבל ע"י פרבולוידים $z=x^2+y^2, z=18-x^2-y^2$

3. חשב אינטגרלים קווים:

ב) $\int_L x\sqrt{y}dx + 2y\sqrt{x}dy$ כאשר L מורכב מחלק של מעגל $x^2+y^2=1$ מנקודה $(1,0)$ עד נקודה $(0,1)$

ומקטע של ישר מנקודה $(0,1)$ עד נקודה $(4,3)$.

ד) $\int_L \vec{F} d\vec{r}$ כאשר $\vec{F} = x^2i + xyj$, $L = \{x^2 + y^2 = 4\}$

ה) $\int_L \vec{F} d\vec{r}$ כאשר $\vec{F} = \{x, 1, z^2\}$, $L = \{x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = 4x, z \geq 0\}$

חשב את האינטגרלים הקווים מהסוג השני הבאים:

6. $\int_{AB} (x^2 - 2xy)dx + (2xy + y^2)dy$ כאשר AB -קטע של פרבולה מנקודה $A(1,1)$ עד נקודה $B(2,4)$.

7. $\int_L y^2 dx + x^2 dy$ כאשר L -חלק עליון של האליפסה $x = a \cos t, y = b \sin t$, כיוון חיובי- מנקודה $(a,0)$ לנקודה $(-a,0)$.

8. $\int_{AB} y dx + x dy$ כאשר $A(1,1), B(2,0)$ -נקודות בישר $y = 2 - x$.

9. $\int_{AB} xy dx + \frac{x}{y+1} dy$ כאשר $A(0,0), B(2,4)$, $y = x^2$.

11. $\int_L (y^2 - z^2) dx + 2yz dy - x^2 dz$ כאשר L -העקומה $(0 \leq t \leq 1), x = t, y = t^2, z = t^3$, כיוון חיובי- כיוון עלית

הפרמטר.

12. $\int_L y dx + z dy + x dz$ כאשר L -העקומה $(0 \leq t \leq 2\pi), x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$.

$$.13 \int_L \frac{(x+y)dx + (x-y)dy}{x^2 + y^2} \text{ -L מעגל } x^2 + y^2 = 1$$

תשובות:

- (א) 3 (ב) 4π (ג) $\frac{8}{15}$ (ד) 3 (ה) 0 (ו) $\frac{32\sqrt{3} + 66}{5}$ (ז) $-\frac{4}{3}ab^2$ (ח) -1 (ט) $8 - 2\arctan 2$ (י) $\frac{1}{35}$ (יא) $-\pi a^2$ (יב) 0 (יג) 0 (יד) $\frac{19}{30}$