1. נתון: $p(\bar{A})=\alpha$, $p(\bar{B})=\beta$. הראה,ש $p(A\cap B)\geq 1-\alpha-\beta$

2. מטילים קוביית משחק 10 פעמים. מצא את ההסתברויות הבאות: א) "4" לא נקבל אף פעם. ב) "4" נקבל בדיוק 4 פעמים. ג) "4" נקבל לפחות פעם אחת. ד) ... לפחות פעמיים. ה) ... לכל היותר פעמיים

3. הוכח ע"י שיכולים קומבינטורים: א) $\sum_{k=1}^{n}kC_n^k=n2^{n-1}$ ב) $\sum_{i=0}^{k}C_m^iC_n^{k-i}=C_{m+n}^k$ $(k<n,m)$.

4. במצולע משוכלל של n צלעות (n>5) בוחרים באופן מקרי שני אלכסונים. מצא את ההסתברויות הבאות: א) הם נחתכים ב) הם מקבילים

5. שתי קוביות משחק נזרקות פעמיים. מצא הסתברות לקבל אותה תוצאה בשתי ההטלות אלה במקרים הבאים: א) קוביות שונות ב) הקוביות זהות.

6. שלוש קוביות נזרקות פעמיים. לענות על אותן שאלות.

7. בשק יש m תפוחים מתוקים ו-(n-m) תפוחים חמוצים. k אנשים $(k\leq n)$ בוחרים אחד אחרי השני תפוחים האלה (שכ"א בוחר תפוח אחד משאר התפוחים). למי ההסתברות לקבל תפוח מתוק גדולה יותר?

8. כדורים מוכנסים באופן מקרי ל-3 קופסאות. מצא את ההסתברויות הבאות: א) קופסה מסוימת ריקה ב) קופסה מסוימת ואך ורק היא ריקה ג) בדיוק קופסה אחת ריקה ד) לפחות קופסה אחת ריקה ה) אין קופסאות ריקות.

9. n כדורים מוכנסים ל-n קופסאות באופן מקרי. מצא הסתברויות הבאות: א)יש לפחות קופסה אחת ריקה. ב) קופסה מסוימת ואך ורק היא ריקה ג) בדיוק קופסא אחת ריקה ד) בדיוק שתי קופסאות ריקות.

10. בארון יש n זוגות שונות של נעליים. א) בוחרים באופן מקרי 2m נעליים (m<n). מצא הסתברות שנתקבלו בדיוק k זוגות תואמים. ב) מזווגים באופן מקרי שמאליות וימניות. מצא הסתברות שנתקבלו כל זוגות המקוריים.

11. מטילים קוביית משחק 36 פעמים. א) מצא הסתברות לקבל כל סיפרה 6 פעמים ב) מצא הסתברות לקבל שתי ספרות שונות בלבד ג) ... שלוש ספרות שונות בלבד ד) ... כל שש ספרות.

12. n אנשים עומדים בשורה, בינם איציק ושמוליק. מצא הסתברות שבין איציק ושמוליק יפרידו בדיוק k אנשים.

13. n אנשים עומדים במעגל...

14. מניחים k צריחים על לוח שחמט בגודל $n\times m$ ($k\leq m,n$). מצא הסתברויות הבאות: א)שום זוג צריחים אינם מאימים אחד לשני. ב) בדיוק זוג אחד של צריחים מאימים אחד לשני.

15. מוציאים באופן מקרי תת-קבוצה (אולי ריקה) מקבוצה $\{1,2,...,n\}$ לפי כלל הבא: עבור כל איבר מטילים מטבע; אם "עץ" אז האיבר שייך לתת-קבוצה, אחרת האיבר לא שייך לתת-קבוצה. לאחר שתת-הקבוצה נבחרה בוחרים לפי אותו תהליך את תת-קבוצה השניה. מהי ההסתברות ששתי תת-קבוצות האלה זרות ?

16. מתוך הקבוצה $\{1,2,...,n\}$ בוחרים לפי אותו תהליך K תתי-קבוצות. מצה את הסתברויות הבאות: א) כל תתי-קבוצות האלה זרות. ב)... זרות בזוגות. ג) חיתוכן מכיל בדיוק M איברים. ד) איחודן מכיל בדיוק M איברים. ה) איחודן לא מכיל M איברים מסוימים.

17. מטילים קוביה הוגנת עד לקבלה הראשונה של תוצאה "4". מהי ההסתברות שזה יקרה: א) בהטלה ה-10 ב) לפני הטלה ה-10 ג) אחרי הטלה ה-10 ?

18. מטילים 2 קוביות הוגנות עד לקבלה השלישית של תוצאה "(4,3)". מהי ההסתברות שזה יקרה: א) בהטלה ה-10 ב) לפני הטלה ה-10 ג) אחרי הטלה ה-10 ?

19. תחרות שחמט בין שני שחקנים נמשכת עד אשר אחד מהם יזכה 6 פעמים. (תיקו לא לוקחים בחשבון) בהנחה ששני השחקנים שוי כושר מצא את ההסתברות שהמפסיד יזכה K פעמים (K=0,1...5).

20. 10 כתבי-יד מפולגות באופן מקרי בין 30 תיקים שכל כתב-יד מחולק ל-3 תיקים. בוחרים באופן מקרי 6 תיקים. מהי ההסתברות שלא קבלנו שום כתב-יד שלם ?

21. 4 זוגות נשואים מסתדרים באופן מקרי סביב שולחן עגול. מהי ההסתברות ששום גבר לא יושב ליד אשתו ?

22. נקודה מקרית מפולגת במידה שווה בקטע $(0,1)$ ומחלקת אותו ל-2 חלקים. נסמן ב-X את אורכו של חלק הקטן; וב-Y את אורכו של חלק הגדול.מצא את ההסתברויות הבאות: א) $P(X \le t)$ כפונקציה של t. ב) $P(Y \le t)$ כפונקציה של t. ג) $P(Y - X \le t)$ כפונקציה של t. ד) $P(XY \le t)$ כפונקציה של t. ה) $P(X/Y \le t)$ כפונקציה של t.

23. שני חברים סכמו להיפגש בפאב "גמברינוס" כדי לפתור תרגילים ביחד. כול אחד מהם מגיע למקום בין שעות 22-23 באופן מקרי ומחקה לחברו 15 דקות. אם חברו לא מופיע תוך 15 דקות הפגישה לא תתקיים. מהי ההסתברות שהפגישה תתקיים ?

24. שלוש נקודות מפולגות במעגל באופן מקרי. מהי ההסתברות שמשולש בעל קדקודים בנקודות אלה מכיל את מרכזו של המעגל ?

25. שוברים מקל ל-3 חלקים באופן מקרי. מהי ההסתברות שאפשר לבנות משולש מחלקים אלה?

26. נתון כי $P(A) = P(B) = 0.5$. הוכח כי $P(A \bigcap B) = P(\overline{A} \bigcap \overline{B})$

27. נתון אוסף של שני מאורעות A, B. $P(A)=\alpha$; $P(B)=\beta$; $P(A\cap B)=\gamma$. מצא את הסתברויות הבאות: א) קוראים בדיוק K מאורעות מהאוסף $(K=0,1,2)$. ב) קוראים לפחות K מאורעות מהאוסף $(K=0,1,2)$. ג) קוראים לכל היותר K מאורעות מהאוסף $(K=0,1,2)$.

28. הוכח כי אם מאורעות A ו-B בלתי תלויים אז A ו-$\overline{B}$; $\overline{A}$ ו- B ; $\overline{A}$ ו-$\overline{B}$ גם בלתי תלויים.

29. במר"ה (Ω, F, P) נניח כי $P(C) > 0$. נגדיר $P_C : F \to R$ לפי הנוסחה $P_C(A) = P(A/C)$. א) הוכח כי P_C היא מידת הסתברות על (Ω, F).
ב) הוכח שכאשר $C, D \in F$ ו- $P(C \bigcap D) > 0$, אזי לכל $A \in F$: $P_C(A/D) = P(A/C \bigcap D)$.
ג)שני מאורעות B,A נקראים בלתי-תלויים בתנאי C אם הם בלתי-תלויים ביחס ל- P_C , כלומר $P(A \bigcap B/C) = P(A/C)\,P(B/C)$. הוכח: A ו-B בלתי-תלויים בתנאי C אמם $P(A/C) = P(A/B \bigcap C)$

30. יהי (Ω, F, P) מר"ה ויהיו $A_1 \ldots A_N$ מאורעות כך ש- $P\left(\bigcap_{i=1}^{k} A_i\right) > 0$ לכל $k = 1,2 \ldots N-1$. הוכח:

$$P\left(\bigcap_{k=1}^{N} A_k\right) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1 \bigcap A_2)\cdots P\left(A_N \Big/ \bigcap_{i=1}^{N-1} A_i\right).$$

31. נכון או לא נכון: א) אם $p(A|B) > p(A)$ אז $p(B|A) > p(B)$ ב) אם $p(A) > p(B)$ אז $p(A|C) > p(B|C)$

32. נכון או לא נכון: א) אם A ן B ב"ת אז $p(A \cap B|C) = p(A|C)p(B|C)$ ב) אם $p(A|B) = p(B)$ אז A ו B ב"ת ג) אם $p(B|\overline{A}) = p(B|A)$ אז A ו B ב"ת

33. נכון או לא נכון: א) אם $p(A) = p(B)$ אז $p(A|B) = p(B|A)$

34. אם $p(A|B) = p(B|A)$ אז $p(A) = p(B)$

35. נתון: $p(A) = p(B) = p(B|A) = 1/2$ האם A ו B ב"ת

36. נתון: A ו B ב"ת, $p(A) = p(B) = 1/2$. חשב $p((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B))$.

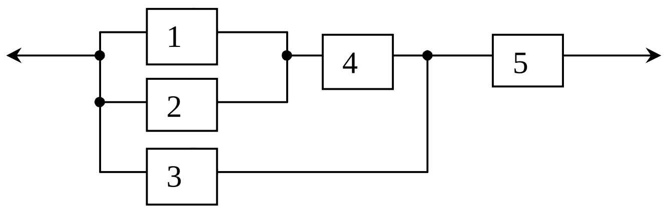
37. נתון: $B_1, B_2, \ldots, B_n$ ב"ת, $p(A|B_i) = p$ $p(B\ ) > 0,$ $B = \bigcup_{i=1}^{n} B_i$. הראה,ש $p(A|B) = p$

38. מתוך קבוצה $\{1,2\ldots n\}$ בוחרים שתי תתי-קבוצות B,A לפי תהליך משאלה 1, תרגול 2. מצא $P\left(\#A=k\cap\#B=m \mid A\cap B=\varnothing\right)$.

39. מתוך קבוצה $\{1,2\ldots n\}$ בוחרים באופן מקרי וללא החזרה מספרים x,y,z . מצא $P(x<z<y / x<y)$.

40. נקודה מקרית נבחרת בהסתברות אחידה בתוך ריבוע $(0,1)^2$. נסמן ב- x,y את שיעורי הנקודה. מצא ערך r שעבורו שני מאורעות $\{|x-y|\ge r\}$ ו- $\{x+y\le 3r\}$ בלתי תלויים.

41. מעגל חשמלי מורכב ממגעים 1...5. כל מגע i דלוק בהסתברות P_i ללא תלות במגעים האחרים. מצא הסתברות שיש מוליכות במעגל.



42. שלושה שחקנים משחקים שחמט. כאשר שניים מהם משחקים, השלישי מחכה בצד; הוא ישחק עם הזוכה. השחקנים מתחרים עד כשאחד מהם יזכה פעמיים עוקבות. בהנחה שהשחקנים אלה שווי כושר מצא הסתברות: א) התחרות תגמור אחרי מספר סופי של משחקים. ב) לנצח בתחרות עבור כל אחד מהשחקנים. ג) התחרות לא תגמור אחרי N משחקים אם ידוע שהיא לא נגמרה ב-M משחקים (M<N).

43. נחזור לשאלה 7. נניח עתה שכל מגע דלוק בהסתברות 0.8 אך לא ידוע דבר האם המגעים תלויים. מצא חסמים עבור הסתברות המבוקשת.

44. יהיו $A_1\ldots A_N$ מאורעות בלתי תלויים. הוכח: $P\left(\bigcup_{i=1}^{N} A_i\right)=1-\prod_{i=1}^{N} P\left(\overline{A}_i\right)$

45. שטת בקורת של מוצר מסוים בנויה משתי בדיקות. בבדיקה ה-k (k=1,2) מוצר תקין נפסל (בטעות) בהסתברות β_k ומוצר פגום עובר (בטעות) בהסתברות α_k. המוצר שעובר את שתי הבדיקות נקבל כתקין. כל מוצר תקין בהסתברות p או פגום בהסתברות q ללא תלות במוצרים האחרים. מצא הסתברויות הבאות: א) מוצר הפגום נקבל כתקין ב) מוצר תקין נפסל ג) מוצר כלשהו נקבל כתקין (ז"א עובר שתי בדיקות) ד) מוצר אשר נקבל כתקין ממש תקין.

46. בתקשורת יש שלושה סוגי סימנים C,B,A. כל סימן נתקבל נכון בהסתברות 0.5 , אחרת במקומו נתקבל אחד משני סימנים האחרים בהסתברות שווה. ליותר בטוח כל סימן חוזרים 6 פעמים. בהנחה שלכל סימן יש הסתברות שווה להישלח מצא הסתברות שנשלח סימן A אם נקבלה סדרה ABACAB.

47. נניח שבכל יום יש רק שני מצבים למזג אוויר: גשם או שמש. ההסתברות שבכל יום יהיה מזג האוויר כפי שהיה ביום הקודם שווה p ; ההסתברות של שינוי במזג האוויר שווה q. א) ידוע שהיום יורד גשם. מצא הסתברות לגשם מחרתיים. ב) נניח שהיום יש הסתברויות שוות לגשם או שמש. מצא הסתברות לגשם\שמש למחר, מחרתיים וכל ימים הבאים.

48. באוטובוס נמצאים n נוסעים. בתחנת העצירה כל אחד מהם יכול לרדת בהסתברות P_0 ללא תלות בנוסעים האחרים. בהסתברות P_1 <u>לא</u> עולה נוסע חדש לאוטובוס, אחרת עולה לאוטובוס נוסע אחד בלבד. מצא הסתברות: א) אחרי בתחנת העצירה נשארו אותם אנשים באוטובוס ב)... אותו מספר אנשים.

49. נקודה מקרית מפולגת בהסתברות אחידה בקטע (0,1) ומחלקת אותו לשני חלקים. א) בוחרים בהסתברות שווה חלק שמעלי או ימני; נסמן את אורכו של חלק הנבחר ב-X. מצא $P(X\le t)$ כפונקציה של t. ב) ידוע ש- $X\le t$; מצא הסתברות שנבחר חלק השמאלי (כפונקציה של t). ג) בוחרים בהסתברות שווה חלק הקטן או הגדול; נסמן את אורכו של חלק הנבחר ב-X. מצא $P(X\le t)$ כפונקציה של t. ד) ידוע ש- $X\le t$; מצא הסתברות שנבחר חלק הקטן (כפונקציה של t). ה)... הגדול...

50. קופסא ראשונה מכילה 12 כדורים מפלסטיק, מתוכם 10 כדורים שחורים ו-2 לבנים. קופסא השניה מכילה 15 כדורים מעץ, מתוכם 5 כדורים שחורים ו-10 לבנים. מכל קופסא מוציאים כדור אחד ואח"כ שמים את שניהם בקופסא

שלישית הריקה. מוציאים מקופסא השלישית כדור אחד. א) מצא הסתברות שהוא לבן ב) אם הוא לבן אז מהי ההסתברות שהוא מפלסטיק ? מעץ ? ג) אם הוא לבן אז מהי ההסתברות ששני כדורים אשר נבחרו בשלב הראשון של הניסוי היו מצבאים שונים ? ד) אם הוא לבן אז מהי ההסתברות שכדור השני שנשאר בקופסא שלישית גם הוא לבן ?

51. מתווך מציע להשכרה n דירות; יש לו מפתח לכ"א מהן. m דירות אינן נעולות. המתווך בוחר באופן מקרי k מפתחות והולך עם לקוח לבקר בדירה אחת. א) מצא הסתברות שהם היכנסו ב) אם הם נכנסו מצא הסתברות שהדירה הייתה פתוחה ג) מצא הסתברות שהם היכנסו לשתי דירות ד) אם הם נכנסו לשתיהן אז מהי ההסתברות ששתיהן היו פתוחות ה) ... דירה אחת פתוחה ושניה נעולה ו) הם בקרו בדירה אחת ואח"כ הלכו לדירה אחרת. מהי ההסתברות שהם היכנסו ?

52. מראיין רצה לברר מהו אחוז מעשני הסמים בקרב אוכלוסייה הנחקרת על ידו. היות ואנשים אינם ששים לענות על שאלות מסוג זה, הוא הכין שק גדול שכלל פתקי שאלות רבים. על 70% מהפתקים היה רשום "האם אתה מעשן סמים ?" , ועל 30% מהפתקים האחרים היה רשום "האם סכום הספרות של תעודת הזהות שלך זוגי ?". כל נבדק מגריל באופן עור פתק אחד מהשק ועונה על השאלה את האמת (כן/לא). התברר כי 44% מהנבדקים השיבו "כן". מהו אחוז מעשני הסמים באוכלוסייה הנחקרת ?

53. צוללת יורה באוניה n פצצות טורפדו שכל אחת פוגעת באוניה בהסתברות p ללא תלות בפצצות האחרות. באוניה יש 4 תאים, האוניה תטבע אם לפחות שני תאים נפגעים. פצצה הפוגעת באוניה "בוחרת" בכ"א מהתאים בהסתברות שווה. מצא הסתברות להרוס את האוניה.

54. יורים באותה אוניה עד להרסה. מצה את פונקצית ההסתברות של מספר יריות.

55. מטילים קוביות משחק עד לקבלה חוזרת של אחת מתוצאות. מצה את פונקצית ההסתברות של מספר הטלות.

56. $X \sim G(p)$. הוכח: $P(X>m)=P(X>m+n/X>n)$ עבור כל m,n . (חוסר זכרון).

57. מ"מ X בעל ערכים טבעיים בלבד ומקיים לתנאי $P(X>m)=P(X>m+n/X>n)$ עבור כל m,n טבעיים . הוכח: $X \sim G(p)$ עם פרמטר p מסוים.

58. $X \sim P(\lambda_1)$, $Y \sim P(\lambda_2)$ ובלתי תלויים. הוכח: $X+Y \sim P(\lambda_1+\lambda_2)$.

59. מ"מים Y,X בלתי תלויים, שווי פילוג ובעלי ערכים $\{0,1,2...\}$.נתון כי $X+Y \sim P(2\lambda)$. הוכח: $X,Y \sim P(\lambda)$.

60. מספר מכוניות העוברות בכביש לכיוון צומת משך שעה מתפלג פואסונית עם פרמטר λ מסוים. בצומת כל מכונית פונה ימינה בהסתברות p או שמאלה בהסתברות q . מצה את פונקצית ההסתברות של מספר מכוניות שפנו ימינה משך שעה.

61. אריזה מכילה 1000 רכיבים אלקטרוניים. פגם יכול להופיע בכל רכיב בהסתברות 0.005 . מצה הסתברות שבאריזה יש בדיוק 3 רכיבים פגומים.

62. במניית חלקיקי α נמנים במשך 10000 שניות 2500 חלקיקים בממוצע. מצא הסתברות שלפחות 3 חלקיקים יספרו במשך 10 שניות.

63. בשיטת ברנולי עם הסתברות להצלחה p חוזרים בניסוי עד להצלחה ה-k . מצה את פונקצית ההסתברות של מספר ניסוים.

64. מטילים n קוביות משחק. נסמן ב-X את תוצאה המקסימלית שלהם. מצה את פונקצית ההסתברות של מ"מ X.

65. מטילים n קוביות משחק. נסמן ב-Y את תוצאה המינימלית שלהם. מצה את פונקצית ההסתברות של מ"מ Y.

66. הניסוי מורכב משני שלבים. בשלב הראשון מטילים קוביית משחק. בשלב השני מטילים מטבע הוגן אותו מספר פעמים שקיבלנו בקוביה. נסמן ב-X את מס' הצלחות בהטלות המטבע. מצה את פונקצית ההסתברות של מ"מ X.

67. הניסוי מורכב משני שלבים. בשלב הראשון מטילים קוביית משחק. בשלב השני מהקופסה המכילה 3 לבנים ו-3 שחורים בוחרים ללא החזרה אותו מספר כדורים שקיבלנו בקוביה. נסמן ב-X את מס' לבנים שהוצאו. מצה את פונקצית ההסתברות של מ"מ X.

68. הניסוי מורכב משני שלבים. בשלב הראשון מטילים מטבע הוגן 6 פעמים. בשלב השני מהקופסה המכילה 3 לבנים ו-3 שחורים בוחרים ללא החזרה מספר כדורים השווה למס' הצלחות בהטלות מטבע.. נסמן ב-X את מס' לבנים שהוצאו. מצה את פונקצית ההסתברות של מ"מ X.

69. תהי $F_x(t)$ פונקצית התפלגות המצטברת של מ"מ רציף X. מצא את פונקצית צפיפות של מ"מ Y ש- $Y=F_x(X)$.

70. נקודה מקרית מפולגת בהסתברות אחידה בתוך ריבוע $(0,a)^2$. מצא את פונקצית צפיפות של מ"מים הבאים: א) $|X-Y|$ ב) $\min(X,Y)$. (Y,X) אלה שיעורי הנקודה)

71. $X\sim exp(\theta)$ (התפלגות מעריכית עם פרמטר θ: $F_x(t)=1\text{-}e^{-\theta t}$; $t,\theta>0$). מצא את פונקציות צפיפות של מ"מים הבאים: א) $\sqrt{X}$ ב) X^2 ג) $1\text{-}e^{-\theta X}$ ד) מצא $P(\sin X>0)$

72. $X\sim U(0,1)$ (התפלגות אחידה בקטע $(0,1)$) . מצא את פונקציות צפיפות של מ"מים הבאים: א) $a+(b\text{-}a)X$ ב) $(-\ln X)/\theta$.

73. $f(x)=1/\pi(1+x^2)$; $-\infty<x<\infty$ (התפלגות קושי) . מצא את פונקציות צפיפות של מ"מים הבאים: א) $X^2/(1+X^2)$ ב) $1/(1+X^2)$

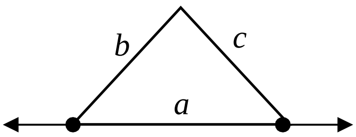
74. לקוח בא למשרד מסוים, פקידה המקבלת קהל פנויה בהסתברות p_1 ; שותה קפה בהסתברות p_2 (משך זמן $U(0,30)$ דקות) ; עסוקה עם לקוח הקודם בהסתברות p_3 (משך זמן $U(0,20)$) ; או מפטפטת בטלפון בהסתברות p_4 (משך זמן $U(0,40)$) . מצא את פונקצית ההתפלגות של זמן המתנה של הלקוח עד לקבלה אצל הפקידה.

75. לקוח בא לבנק משכנתאות. בסניף יש פקידה אחת בלבד והיא פנויה (!). בהסתברות 0.2 ללקוח חוסר אישור שהוא לא כבש והוא נדחה מיד. בהסתברות 0.9 הפקידה איבדה את התיק והיא מחפשת אותו משך $U(30,60)$ דקות. בסוף החיפושים בהסתברות 0.4 מתברר כי ללקוח חוסר אישור השני שהוא לא חיזר (הוא נדחה). משך השיחה בין הלקוח והפקידה $U(20,40)$ דקות. מצא את פונקצית התפלגות המצטברת של משך בילוי הזה.

76. נתון: $X_1\ldots X_n\sim U(a,b)$ ובלתי תלויים. מצא את פ' צפיפות של: א) $\max(X_1\ldots X_n)$ ב) $\min(X_1\ldots X_n)$

77. נתון: $X_1\ldots X_n\sim\exp(\lambda)$ ובלתי תלויים. מצא את פ' צפיפות של:
א) $\max(X_1\ldots X_n)$ ב) $\min(X_1\ldots X_n)$

78. מכשיר מכיל 3 מוליכים בעלי אורך חיים מעריכי עם פרמטר λ.
נסמן את אורך חיי המכשיר ב-X.
א) למצוא את פונקצית צפיפות של מ"מ X .
ב) מצא את $P(X>2/X>1)$.
ג) נסמן את אורך חיי של צלע c ב-Y. מצא את $P(X>2/Y>1)$.
ד) נחליף עתה את צלע c לרכיב שהוא תקין בהסתברות 0.8 אחרת יש לו נתק בהסתברות 0.2. מצא את פונקצית צפיפות של אורך חיי המערכת. . מצא את פ' צפיפות של $\mu+\sigma X$



79. $X\sim N(\mu,\sigma^2)$. מצא את פ' צפיפות של $(X\text{-}\mu)/\sigma$

80. $X\sim U(\text{-}a,a)$; מצא את פונקצית צפיפות של: א) X^2 ב) $1/X$

81. מצא את פונקצית צפיפות של מ"מ לוגנורמלי (כלומר $X\sim LN(\mu,\sigma^2)\Leftrightarrow \ln X\sim N(\mu,\sigma^2)$).

82. $X\sim\exp(\lambda)$. מצא את פונקצית צפיפות של $\sin X$.

83. יהיה $X\sim\exp(\lambda)$ ויהיה $Y=X^3$. מצא את פונקצית הצפיפות של מ"מ Y.

84. יהיה $X\sim\exp(\lambda)$ ויהיה $Y=1/(1\text{-}X)$. מצא את פונקצית הצפיפות של מ"מ Y.

85. יהיה $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ ויהיה $Y=X^2$. מצא את פונקצית הצפיפות של מ"מ Y.

86. יהיה $X\sim U(\text{-}4,4)$ ויהיה $Y=\sin X$. מצא את פונקצית הצפיפות של מ"מ Y.

87. מ"מ X בעל פונקציית הצפיפות הבאה: $f(x)=2te^{-t^2}$, $t>0$ ו-0 אחרת. יהיה $Y=X^2$. מצא את פונקציית הצפיפות של מ"מ Y.

88. נקודה נזרקת באופן מקרי על קטע $(0,1)$; X הוא מ"מ המוגדר כמרחק הנקודה מ-0. בהתאם להסכם מסוים דולר אחד ישולם אם $X>0.5$ ו-X דולר ישולם אם $0.5>X$. נסמן ב-Y את התשלום ששולם כתוצאה מהניסוי. מצא את פונקצית התפלגות המצטברת של מ"מ Y.

89. רמזור מראה ירוק במשך דקה אחת ואדום במשך דקה אחת. מכונית מגיע באופן מקרי לרמזור. מצא את פונקצית התפלגות המצטברת של זמן ההמתנה ברמזור.

90. נניח עתה כי אחרי הרמזור נמצא שוטר תנוע והוא עוצר בהסתברות 0.3 את מכונית שעוברת באור ירוק לבדיקה ושיחה ידידותית. משך בדיקה ושיחה 2 דקות. מצא את פונקצית התפלגות המצטברת של זמן עצירה הכללי (רמזור+ שוטר).

91. $X\sim U(a,b)$; $a<c<b$. מצא את פ' צפיפות מותנית: א) $f(x|X<c)$ ב) $f(x|X>c)$

92. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 54.

93. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 63.

94. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 64.

95. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 65.

96. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 66.

97. מצא תוחלת של מ"מ היפרגאומטרי: קופסא מכילה M כדורים לבנים ו- $(N\text{-}M)$ שחורים; מדגימים ללא החזרה K כדורים; מ"מ X הוא מס' לבנים במדגם.

98. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 68.

99. מזכירה רשלנית: יש לה לשלוח N מכתבים ל-N מקומות שונים. המזכירה מבלבלת כתובות ושולחת את כל המכתבים באופן מקרי. מצא תוחלת של מספר מכתבים המגיעים לכתובות הנכונות.

100. מ"מ X בעל ערכים טבעיים בלבד. הוכח: $EX=\sum_{k=1}^{\infty}P(X\geq k)$

101. מהקבוצה $\{1,2...n\}$ בוחרים מספרים אחד אחרי השני תוך החזרה עד אשר ידגימו כל מספרים הנמצאים בקבוצה. מצא תוחלת של מספר דגימות הנדרש.

102. מהקבוצה $\{1,2...n\}$ בוחרים מספרים אחד אחרי השני ללא החזרה עד אשר ידגימו מספר 1. מצא תוחלת של מספר דגימות הנדרש.

103. ב-N ניסוים בינריים (p&q) מצא תוחלת של:
א) מספר צרופים של שתי הצלחות עוקבות ב) ...שלוש הצלחות עוקבות.

104. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 70.

105. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 71.

106. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 74.

107. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 75.

108. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 76.

109. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 77.

110. מצא תוחלת של $X\sim N(\mu,\sigma^2)$.

111. מצא תוחלת של $X \sim LN(\mu,\sigma^2)$.

112. מצא תוחלת של התפלגות Weibull: $F_X(t)=1-\exp\left(-t^{\gamma}/\theta\right)$, $t,\theta,\gamma>0$. (0 עבור $t<0$)

113. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 88.

114. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 89.

115. מצא תוחלת של מ"מ משאלה 90

116. מצא שונות של מ"מ משאלה 54.

117. מצא שונות של מ"מ משאלה 63.

118. מצא שונות של מ"מ משאלה 64.

119. מצא שונות של מ"מ משאלה 65.

120. מצא שונות של מ"מ משאלה 66.

121. מצא שונות של מ"מ היפרגאומטרי: קופסא מכילה M כדורים לבנים ו- $(N\text{-}M)$ שחורים; מדגימים ללא החזרה K כדורים; מ"מ X הוא מס' לבנים במדגם.

122. מצא שונות של מ"מ משאלה 16 , תרגול 6.

123. מזכירה רשלנית: יש לה לשלוח N מכתבים ל-N מקומות שונים. המזכירה מבלבלת כתובות ושולחת את כל המכתבים באופן מקרי. מצא שונות של מספר מכתבים המגיעים לכתובות הנכונות.

124. מהקבוצה {1,2...n} בוחרים מספרים אחד אחרי השני תוך החזרה עד אשר ידגימו כל מספרים הנמצאים בקבוצה. מצא שונות של מספר דגימות הנדרש.

125. מהקבוצה {1,2...n} בוחרים מספרים אחד אחרי השני ללא החזרה עד אשר ידגימו מספר 1. מצא שונות של מספר דגימות הנדרש.

126. ב-N ניסוים בינריים (p&q) מצא שונות של:
א) מספר צרופים של שתי הצלחות עוקבות ב) ...שלוש הצלחות עוקבות.

127. מצא שונות של מ"מ משאלה 70.

128. מצא שונות של מ"מ משאלה 71.

129. מצא שונות של מ"מ משאלה 74.

130. מצא שונות של מ"מ משאלה 75.

131. מצא שונות של מ"מ משאלה 76.

132. מצא שונות של מ"מ משאלה 77.

133. מצא שונות של $X \sim N(\mu,\sigma^2)$.

134. מצא שונות של מ"מ משאלה 88.

135. מצא שונות של מ"מ משאלה 89.

136. מצא שונות של מ"מ משאלה 90

137. הוכח: א) $\forall c \;\; E(X-c)^2 \ge VX$ ב) $P(a \le X \le b)=1 \Leftarrow VX \le (b-a)^2/4$.
(רמז: ניקח $c=(a+b)/2$ ונשתמש בסעיף א')

138. מטילים מטבע שלוש פעמים. נסמן ב- X את מספר הצלחות בשתי הטלות הראשונות; וב- Y את מספר הצלחות בשתי הטלות האחרונות. א) מצא את פ' הסתברות המשותפת ב) מצא את פ' הסתברות השוליות. האם Y, X בלתי תלויים ? ג) מצא את COV(X,Y) ד) מצא V(X+Y).

139. בכד יש שלושה כדורים לבנים ושלושה שחורים. מטילים קוביה ואח"כ מוציאים מהכד אותו מספר כדורים שקבלנו בקוביה. נסמן ב-X את התוצאה בקוביה וב-Y את מספר כדורים לבנים הודגו.
א) מצא את פ' הסתברות המשותפת. ב) מצא את פ' הסתברות השוליות. האם Y, X בלתי תלויים ?

140. נתונה פ' צפיפות המשותפת: $f(x,y)=1/x\ ,\ 0<y\le x\le 1$ ו-0 אחרת. א) מצא את פ' התפלגות המשותפת ב) את פ' צפיפות השוליות. האם X , Y בלתי תלויים ? ג) COV(X,Y).

141. נתונה פ' צפיפות המשותפת: $f(x,y)=C(x+y)$ עבור $0\le(x,y)\le1$; 0 אחרת. מצא: א) את קבוע C ב) את פ' צפיפות השוליות. האם X , Y בלתי תלויים ? ג) את פ' צפיפות של max(X,Y) min(X,Y) ד) COV(X,Y)

142. נתונה פ' צפיפות המשותפת: $f(x,y)=C/(1+x^2+y^2+x^2y^2)$. מצא: א) את קבוע C ב) את פ' צפיפות השוליות. האם X , Y בלתי תלויים ? ג) COV(X,Y)

143. נקודה מקרית מפולגת אחידה בתחום $|x|+|y|\le 1$. מצא: א) את פ' צפיפות השוליות. האם Y, X בלתי תלויים ?
ב)מצא COV(X,Y)

144. מ"מים X, Y בלתי תלויים ובעלי התפלגות מעריכית עם אותו פרמטר θ. מצא את פ' צפיפות המשותפת של W=X+Y , Z=X/Y. האם W, Z בלתי תלויים ?

145. נתונה פ' צפיפות המשותפת: $f(x,y)=Cxy$ עבור $0\le x\le y\le1$; 0 אחרת. מצא: א) את קבוע C ב) את פ' צפיפות השוליות. האם X , Y בלתי תלויים ? ג) COV(X,Y)

146. בשאלות 1, 8...3 מצא V(X+Y) , COV(X-Y,X+Y) .

147. $X_1...X_n$ מ"מים בלתי תלויים, שווי פילוג וחיוביים (כלומר $P(X_i\ge0)=1$). נגדיר $Y_k=X_k\Big/\sum_{i=1}^{n}X_i$. מצא:
א) EY_k ב) $\rho(Y_k,Y_m)$.

148. נתון: $X\sim N(0,1)$; $Y=\begin{cases}X, & |X|\le C\\ -X, & |X|>C\end{cases}$, (C>0 קבוע מסוים). א) מצא את פ' צפיפות של מ"מ Y ב) האם Y,X בלתי תלויים ? ג) הוכח שקיים ערך מסוים C ש- Y,X בלתי מתואמים (כלומר COV(X,Y)=0)

149. משקל תושבי הערץ נתפלג נורמלית עם ממוצע 70 ק"ג וסטית תקן 5 ק"ג. בבניין הותקנה מעלית המיועדת לשאת 10 אנשים. העומס אותו מסוגלת המעלית לשאת הוא 750 ק"ג. א) מהי ההסתברות שהמעלית לא תעמוד בעומס ? ב) אם מוכנים לקחת סיכון של 1% שהמעלית לא תעמוד בעומס אז מה צריכה להיות הגבלת העומס של המעלית ?

150. נער מוכר עיתונים לאנשים אשר עוברים על פניו. כל אחד מהם קונה עיתון בהסתברות 0.5 . מצא הסתברות שמספר האנשים אשר יעברו על פניו הנער עד למכירה 100 עיתונים יהיה בין 180-230 .

151. בית חרושת מייצר 10,000 כדורי פלדה ביום. קיימת הסתברות 0.05 שבכדור יש פגם. הכדורים ממוינים במכונה מיוחדת שמכניסה את כדורים הפגומים במיכל מיוחד. מה צריכה להיות קיבולת של המיכל כדי להבטיח בהסתברות 0.99 לפחות שהמיכל יוחל להכיל את כל כדורים פגומים הנוצרים ביום אחד ?

152. נתון מספר עשירוני בעל 2K ספרות $\alpha_1...\alpha_{2K}$. כל α_i מקבלת ערך בין 0...9 בהסתברות שווה, כל הספרות בלתי תלויות. מצא תוך שימוש בקירוב נורמלי את הסתברות שסכום של K ספרות הראשונות יעלה על סכום של K ספרות האחרונות ב- $\sqrt{K}$ לפחות. (K מספר גדול)

153. 1000 כדורים מוכנסים ל-2 קופסאות A ו-B שכל כדור יכול להיכנס לכל קופסא בהסתברות שווה וללא תלות מכדורים האחרים. נסמן ב- X_A ו- X_B את מספרי הכדורים בקופסאות A ו- B בהתאמה. מצא $P(|X_A-X_B|\le10)$:
א) בעזרת קירוב נורמלי ב) בעזרת אי שוויון צ'בשב (חסם תחתון).

154. $X_1 \ldots X_{300}$ בלתי תלויים בעלי התפלגות מעריכית עם הפרמטר θ=3. מצא את $P\left(95 < \sum_{i=1}^{300} X_i < 105\right)$ א) בעזרת אי שוויון צ'בשב (חסם תחתון). ב) בעזרת קירוב נורמלי.

155. מצא $\lim_{n} \sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} e^{-n}$ (רמז: ניקח מ"מ $X \sim P(n)$; $\sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} e^{-n} = P(X \le n)$)

156. משקלם של תפוחי עץ נתפלג אחידה בין (100±20) גר'. א) כמה תפוחים יש לקחת כדי לקבל 100 ק"ג לפחות בהסתברות 0.95 ? ב) כמה תפוחים יש לקחת כדי לקבל משקל הממוצע בין 95-105 גר' בהסתברות 0.99 לפחות ? חשב בעזרת קירוב נורמלי וגם בעזרת אי שוויון צ'בשב.