

תורת הסתברות 1

201-10131

תרגול 4

1. יהיו A_1, A_2, \dots, A_n מאורעות בלתי תלויים. הוכח כי $P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^n P(\bar{A}_i)$
2. ידוע שביום מסוים ירד גשם בהסתברות p . סטודנט מחליט לקחת או לא לקחת מטריה ביציאתו מהבית ע"פ הטלת קובייה: אם יתקבלו "5" או "6" הוא יוצא עם מטריה, אחרת הוא יוצא ללא מטריה. מצא את ההסתברות שלא יירטב.
3. בשלב הראשון של ניסוי מטילים קובייה. בשלב השני של הניסוי מטילים מטבע אותו מספר פעמים שקיבלנו על הקובייה. מצא את ההסתברות לקבל בדיוק שני "עצים" בהטלות המטבע.
4. מצא את ההסתברות שבתוך קבוצה של 20 איש יש לפחות שלושה אנשים שנולדו במרץ בתנאי שאיש אחד מה-20 האלה כידוע נולד במרץ.
5. נתונות שתי קוביות: קובייה א' בעלת 4 פאות לבנות ו-2 פאות אדומות וקובייה ב' בעלת 2 פאות לבנות ו-4 פאות אדומות. בוחרים בקובייה אחת ע"פ הטלת מטבע ומטילים את הקובייה הנבחרת פעמיים. פעמיים קבלנו צבע אדום. מצא את ההסתברות שהוטלה קובייה א'.
6. סטודנט ניגש למבחן הכולל 4 שאלות. ההסתברות לענות נכון על שאלה ראשונה היא 0.9. ההסתברות לענות נכון על שאלה שנייה היא 0.8. ההסתברות לענות נכון על שאלה רביעית היא 0.6. התשובות על השאלות האלה בלתי תלויות. מצא את פונקציית ההסתברות של מספר התשובות הנכונות.
7. נתונה פונקציית ההסתברות של משתנה מקרי X : $x=1,2,3,4$, $f_X(x) = (5-x)/10$. הוכח שזו פונקציית ההסתברות, (ב) מצא את פונקציית ההתפלגות המצטברת של X , (ג) מצא $P(-2 \leq X \leq 2)$.
8. נתונה פונקציית ההתפלגות המצטברת של מ"מ בדיד X :
$$F_X(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/8, & 0 \leq t < 1 \\ 3/8, & 1 \leq t < 2 \\ 3/4, & 2 \leq t < 3 \\ 7/8, & 3 \leq t < 4 \\ 1, & t \geq 4 \end{cases}$$
9. מצא את פונקציית ההסתברות של מ"מ X . יורים במטרה 5 פעמים. ההסתברות לפגוע במטרה בכל ירי היא 0.8 ללא תלות ביריות אחרות. מצא את הסתברות לפגוע במטרה (א) לפחות 4 פעמים (ב) לפחות 4 פעמים בתנאי שיש פגיעה אחת לפחות.
10. מטילים קובייה עד אשר תתקבל תוצאה זוגית בפעם הרביעית. מצא את ההסתברות שמספר ההטלות הכולל עד לכך (א) שווה 6 (ב) קטן מ-8.
11. משלחת בת 5 אנשים נבחרת באופן מקרי מתוך 3 כימאים ו-5 ביולוגים. נסמן ב- X את מספר הכימאים במשלחת. מצא את פונקציית ההסתברות של מ"מ X .
12. (א) מטבע מוטל עד אשר יתקבל "עץ" בפעם ה- m מצא את ההסתברות שמספר ההטלות עד לכך (כולל) שווה k . (ב) נניח עתה שהמטבע אינו סימטרי ונסמן את ההסתברות לקבל "עץ" ב- p . לענות על אתה שאלה.

תרגול 4. תשובות

2. $1 - \frac{2}{3}p$
 3. $33/128$
 4. 0.279
 5. 0.2
 6. 0.2
 7. (ג) 0.7
 8. 0.7
 9. (א) 0.7375 (ב) 0.73728
 10. (א) 0.15625
 11. (ב) 0.5
 12. (א) $\binom{k-1}{m-1} p^m (1-p)^{k-m}$ (ב) $\binom{k-1}{m-1} \frac{1}{2^k}$
- | | | | | | | |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $f_X(x)$ |
| $f_X(x_i)$ | 0.0024 | 0.0404 | 0.2144 | 0.4404 | 0.3024 | |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | $f_X(x)$ |
| $f_X(x)$ | 1/8 | 1/4 | 3/8 | 1/8 | 1/8 | |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | | $f_X(x)$ |
| $f_X(x)$ | 1/56 | 15/56 | 30/56 | 10/56 | | |